

Calcul dans IR

Exercice 1

Montrer que $(\sqrt{18}-4)\left(\frac{3}{4}\sqrt{2}+1\right)$ est un nombre rationnel.

Exercice 2

1) n est un entier naturel non nul. Montrer que $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ (1)

2) Calculer, en utilisant l'égalité (1), le nombre : $S = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \dots + \frac{1}{9 \times 10}$

Exercice 3

x est un entier relatif non nul. Prouver que $\frac{(x-1)^3 - 3\left(x - \frac{1}{3}\right)}{x^2}$ est un entier relatif.

Exercice 4

Ecrire le nombre suivant sous la forme $a\sqrt{b}$ où a est un entier relatif et b un entier naturel.

$$A = 5\sqrt{112} - 13\sqrt{28} + 2\sqrt{7}$$

Exercice 5

Montrer que $\left(\frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4}\right)^2 + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{4}\right)^2 = 1$

Exercice 6

Montrer que pour tout réel x positif différent de 1, on a : $\frac{1}{\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} = \frac{2}{1-x}$

Exercice 7

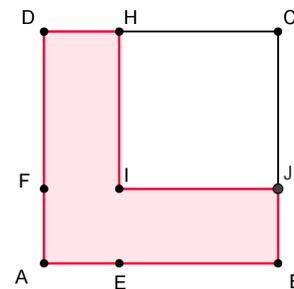
Simplifier les écritures des nombres donnés :

$$\frac{2}{1+\sqrt{5}} ; \frac{5}{5-\sqrt{5}} ; \frac{7}{2-\sqrt{3}} ; \frac{1}{\sqrt{2}-1} + \frac{1}{\sqrt{2}+1} ; \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$$

Exercice 8

Sur la figure ci-dessous, ABCD et CHIJ sont des carrés de côtés respectifs $5\sqrt{3}-1$ et $\sqrt{27}$. Calculer :

- L'aire du carré ABCD.
- L'aire du carré CHIJ.
- La longueur AE.
- Le périmètre du rectangle CDFJ.
- L'aire de la surface coloriée.
- Le périmètre de la surface coloriée.



Exercice 9

On donne $A = 3x^2 - 5x + 2$ et $B = x - 1$

- Calculer $A - B$
- Comparer A et B.

Exercice 10

- Montrer que $a^2 + b^2 \geq 2ab$ pour tout réel a et b.
- Montrer que si a, b et c sont des réels distincts $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$

Exercice 11

Soient x et y deux réels positifs tel que : $x < y$

a) Quel est le signe de $\frac{x}{y} - \frac{x+y^2}{x^2+y}$

b) Comparer $\frac{x}{y}$ et $\frac{x+y^2}{x^2+y}$

c) En déduire que pour tout entier naturel n on a : $\frac{n-1}{n+1} < \frac{n^2+3n}{n^2-n+2}$