Continuité d'une fonction

Exercice n°1 :

Montrer que f est continue en a dans chacun des cas suivants :

1) $f(x)=2x^2+3x+1$; $a=3$
2) $f(x)=\dfrac{x^2-2x+4}{x^2+1}$; $a=1{,}09$
3) $f(x)=\dfrac{x-2}{x^2-4x+3}$; $a=-1$
4) $f(x)=3|x+4|^2-2|x+4|$; $a=2008$
5) $f(x)=(4-2x^2)\sqrt{x^2-1}$; $a=-2$
6) $f(x)=\sqrt{x^2-5x+1}$; $a=-4$
7) $f(x)=\sqrt{\dfrac{2x^2-3x+1}{x-1}}$; $a=100$

Exercice n°2 :

Soit f la fonction définie sur ℝ par : f(x) = $\begin{cases} -x+2 \text{ si } x\leqslant -1 \\ x^2-2x \text{ si } -1<x<2 \\ \sqrt{x+2} \text{ si } x\geqslant 2 \end{cases}$

1) Montrer que f est continue sur $]-\infty,-1]$, sur $]-1,2[$ et sur $[2,+\infty[$.
2) a) Tracer C_f la courbe représentative de f sur un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.
   b) Justifier graphiquement que f n'est pas continue sur ℝ .
   c) Quelles sont les images par f des intervalles $I=[-4,-2]$, $J=]-1,2[$ et $K=[3,6]$

Exercice n°3 :

Montrer que f est continue sur ℝ , dans chacun des cas suivants :

1) $f(x)=|5x^4+3x^2-x-2|$
2) $f(x)=\dfrac{(x-1)(x-2)}{|x-1|+2}$
3) $f(x)=\sqrt{3x^4+4x^2+1}$
4) $f(x)=2x^2-3x+\sqrt{5x^2+4}$
5) $f(x)=\dfrac{-x^2+5x+3}{x^2-3x+6}$
6) $f(x)=\dfrac{|-3x^2+x-6|}{\sqrt{2x^2+x+2}}$

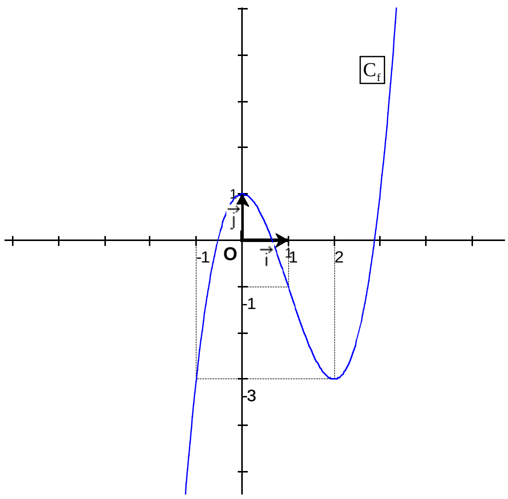
Exercice n°4 :

Soit f la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par : $f(x)=x^3-\sqrt{x+1}$

1) Montrer que f est continue sur $[0,+\infty[$.
2) a) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une solution α dans $[1,2]$.
   b) Donner la valeur approchée de α à 10^{-1} prés.

Exercice n°5 :

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.
La figure ci-contre est la représentation grapjique C_f
de la fonction f définie sur ℝ par : $f(x)=x^3-3x^2+1$



1) Justifier que f est continue sur ℝ .
2) Déterminer les images des intervalles $[-1,0]$ et $[-1,2]$ par f.
3) Justifier graphiquement que l'équation :
   a) $f(x)=2$ admet une unique solution dans ℝ .
   b) $f(x)=1$ admet exactement deux solution dans ℝ .
   c) $f(x)=0$ admet exactement trois soluyion dans ℝ .
4) a) Montrer que l'équation f(x)=0admat une solution $\alpha\in[0,1]$.
   b) Déterminer une valeur approchée de α à 10^{-1} prés.