# Série : Généralités sur les fonctions

**Exercice n°1 :**

Déterminer le domaine de définition de chacune des fonctions suivantes :

a) $f : x \longmapsto \dfrac{x-1}{x^2-x-2}$ b) $g : x \longmapsto \sqrt{2x^2-5x+2}$ c) $h : x \longmapsto \dfrac{\sqrt{1-x}}{x^2-x}$

**Exercice n°2 :**

On considère une fonction $f$ de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$, telle que : $3f(-x)+f(x)=4x^3+2x$

Montrer que $f$ est impaire. En déduire $f(x)$.

**Exercices n°3 :**

1) Soit $f$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=-(x+2)^2+4$

a) Montrer que $f$ est majorée sur $\mathbb{R}$.

b) Montrer que $f$ est bornée sur $[-1,2]$.

2) Montrer que pour tout $x\in[0,2]$ on a : $\dfrac{1}{\sqrt{4-x^2}} \geqslant \dfrac{1}{2}$

3) Montrer que pour tout réel x, on a : $\sqrt{x^2-2x+3} \geqslant 1$

**Exercice n°4 :**

Soit la fonctio f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=2|x+1|-|1-x|+2$

1) a) Montrer que $f$ est une fonction affine par intervalles.

b) Construire sa courbe représentative $C_f$ dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.

2) Résoudre graphiquement l'équation $f(x)=3$ et l'inéquation $f(x)\leqslant 0$.

**Exercice n°5 :**

Soit la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=x^2-2x$

1) a) Vérifier que pour tout $x\in\mathbb{R}$ ; $f(x)=(x-1)^2-1$

b) En déduire que $f$ est miniorée sur $\mathbb{R}$.

2) Soit $g$ la restriction de $f$ à l'intervalle $[0,+\infty[$.

a) Etudier les variations de $g$ sur les intervalles $[0,1]$ et $[1,+\infty[$.

b) Tracer dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$ la courbe $C_g$ de la fonction $g$.

3) Soit $h$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x)=x^2-2|x|$

a) Montrer que $h$ est paire.

b) Tracer à partir de $C_g$ et dans le même repère la courbe $C_h$ de la fonction $h$. Expliquer ?

c) Déterminer graphiquement les valeurs de $m$ pour les quelles l'équation $f(x)=m$ admet quatre solutions.

**Exercice n°6 :**

Soit la fonction $f : x \longmapsto \dfrac{6x^2+4x-2}{|1-x^2|+x^2-1}$

1) Déterminer l'ensemble de définition $D_f$ de $f$.

2) Simplifier $f(x)$ pour tout $x\in D_f$.

3) a) Vérifier que pour tout $x\in D_f$, $f(x)=3+\dfrac{2}{x-1}$

b) Etudier les variations de f sur son domaine de définition.

**Exercice n°7 :**

On considère la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=E(x)-2E\left(\dfrac{x}{2}\right)$ où $E(x)$ désigne la partie entière de $x$.

1) Donner les expressions de $f(x)$ sur l'intervalle $[-1,2]$.

2) Tracer la courbe $C_0$ la représentation de la restriction de $f$ à l'intervalle $[-1,2]$.

**Exercice n°8 :**

On se propose de résoudre graphiquement l'équation $(E) : x^3=(x+1)^2$

1) a) Montrer que si $x$ est une solution de $(E)$ alors $x$ est strictement positif.

b) Montrer que $(E)$ est équivalente à l'équation $\sqrt{x}=1+\dfrac{1}{x}$ .

2) a) Tracer les courbes représentatives des fonctions $f$ et $g$ définies respectivement sur $[0,+\infty[$

$f(x)=\sqrt{x}$ et $g(x)=1+\dfrac{1}{x}$

b) Par lecture graphique :

– Vérifier que l'équation $(E)$ admet une unique solution.

– Donner un encadrement d'amplitude $0{,}25$ de cette solution.