Prof : Rekik Sabeur **$3^{ème}$ Maths**

Série : Limites et continuité

Exercice n°1 :

Dans chacun des cas suivants, calculer la limite de la fonction f au réel a :

1) $f(x) = 3x^6 - 5x^3 + 1$; $a = -1$

2) $f(x) = \dfrac{x^2 - 1}{x + 5}$; $a = 2$

3) $f(x) = \dfrac{\left|x^2 + x\right| + 2}{|x| + 3}$; $a = 1$

4) $f(x) = x^2 - 3 + \sqrt{1 - 2x}$; $a = 0$

5) $f(x) = \sqrt{3x^2 + 5x + 7}$; $a = \frac{1}{2}$

6) $f(x) = \dfrac{x^2 + 2x - 15}{2x^2 - 5x - 3}$; $a = 3$

7) $f(x) = \dfrac{\sqrt{2x + 5} - 3}{x - 2}$; $a = 2$

8) $f(x) = \left|\dfrac{(x+1)^3 - 1}{x}\right|$; $a = 0$

9) $f(x) = \dfrac{x^2 - 3x}{x - 1 - \sqrt{x + 1}}$; $a = 3$

Exercice n°2 :

Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x-2}{x^2-3x+2} & \text{si } x \neq 2 \\ 1 & \text{si } x = 2 \end{cases}$$

1) Déterminer le domaine de définition de f.

2) a) Simplifier $f(x)$ pour $x \neq 2$.

b) La fonction f est – elle continue en 2 ?

Exercice n°3 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-4x+3}{x^2-9} & \text{si } x \neq 3 \\ m & \text{si } x = 3 \end{cases} \quad ; \ m \in \mathbb{R}$$

Pour quelle valeur de m, la fonction f est continue en 3.

Exercice n°4 :

Soit f la fonction définie sur $]1, +\infty[\setminus \{0\}$ par :

$$f(x) = \frac{x^3 - 2x^2 + x - 2}{x^2 - 3x + 2}$$

1) Calculer la limite de f en 2.

2) La fonction f est – elle prolongeable par continuité en 2 ?

Si oui définir ce prolongement

Exercice n°5 :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ par :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^3-8}{x-2} & \text{si } x < 2 \\ \dfrac{\sqrt{x-1}-1}{x-2} & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

1) Déterminer la limite de f à gauche en 2.

2) Déterminer la limite de f à droite en 2.

3) La fonction f admet – elle une limite en 2 ?

4) La fonction f est – elle prolongeable par continuité en 2 ?

Exercice n°6 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = \dfrac{2x^2 + |x|}{x}$

La fonction f est – elle prolongeable par continuité en 0.

Exercice n°7 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{x-2} & \text{si } x \leq 0 \\ \dfrac{x^2-x}{\sqrt{x}} & \text{si } x > 0 \end{cases}$

Montrer que f est continue sur $\mathbb{R}$.

Exercice n°8 :

A. Soit f la fonction définie par : $f(x) = \dfrac{x^2 - 3x + 2}{|x - 1| - 1}$

1. Déterminer le domaine de définition de f.
2. Calculer la limite de f en 1.
3. Déterminer la limite de f en 2.

B. On considère la fonction g définie par :

$$\begin{cases} g(x) = f(x) & \text{si } x > 2 \\ g(x) = \dfrac{4(2 - \sqrt{x-2})}{x^2 - 5x + 6} & \text{si } x < 2 \\ g(2) = 1 \end{cases}$$

1. Déterminer le domaine de définition de g .
2. a. Montrer que pour tout $x < 2$,

$$g(x) = \frac{-4}{(x-3)(2 + \sqrt{x+2})}$$

b. Etudier la continuité de g en 2.

3. Etudier la continuité de g sur son domaine de définition.

Exercice n°9 :

Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 - x} & \text{si } x \geq 1 \\ 1 - x^2 & \text{si } -1 < x < 1 \\ \sqrt{x+1} & \text{si } x < -1 \end{cases}$$

1) Déterminer le domaine de définition de f.

2) Montrer que f est continue en 1.

3) Etudier la continuité de f à droite et à gauche de -1.

4) Préciser l'ensemble sur lequel f est continue.

Exercice n°10 :

Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 - x + 4} - 2ax & \text{si } x \geq 1 \\ \dfrac{3-2x-x^2}{|x+1|-2} & \text{si } x < 1 \end{cases} \quad ; \ a \in \mathbb{R}$$

1) Déterminer l'ensemble de définition de f.

2) a) Déterminer le réel a pour que f soit continue en 1.

b) Pour la valeur de a trouvé déterminer le domaine sur lequel f est continue.

3) Montrer que f admet un prolongement par continuité en -3.