# Angles orientés

## Exercice n°1 :

1. Soit A et B deux points du cercle trigonométrique et $\alpha$ une mesure l'arc orienté $\overset{\frown}{AB}$

Déterminer dans chacun des cas suivants la mesure de $\overset{\frown}{AB}$ qui appartient à $[0, 2\pi[$ : $\alpha = \frac{102\pi}{3}$ ; $\alpha = -\frac{71\pi}{6}$ ; $\alpha = -17\pi$ ; $\alpha = \frac{57\pi}{4}$

2. Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteur non nuls du plan orienté et $\alpha$ une mesure de l'angle orienté $(\vec{u}, \vec{v})$ ; déterminer la mesure principale de $(\vec{u}, \vec{v})$ .

$\alpha = \frac{33\pi}{2}$ ; $\alpha = \frac{117\pi}{4}$ ; $\alpha = \frac{31\pi}{6}$ ; $\alpha = -\frac{59\pi}{3}$

## Exercice n°2 :

L'unité étant le centimètre, on considère les points O, A, B, C et D tels que :

$OA = 3, OB = 4$, $OC = 5$ et $OD = 4$

$(\widehat{\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}}) \equiv \frac{13\pi}{3}[2\pi]$ ; $(\widehat{\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}}) \equiv -\frac{19\pi}{6}[2\pi]$ et $(\widehat{\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OD}}) \equiv \frac{97\pi}{6}[2\pi]$

1. a. Déterminer la mesure en degré de l'angle géométrique $\widehat{AOB}$ .
   b. Déterminer en radian la mesure principale de chacun des angles orientés $(\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC})$ et $(\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OD})$.
2. a. Construire les points O, A, B, C et D.
   b. Que peut on dire des points O, B et D ? Prouver le.

## Exercice n°3 :

Soit ABC un triangle rectangle en A tel que $(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$, H le pied de La hauteur issue de A, I et J les projetés orthogonaux de H respectivement sur [AB] et [AC], on désigne par K le milieu de [BC].

1. Faire une figure.
2. Montrer que $(\widehat{\overrightarrow{AJ}, \overrightarrow{AK}}) \equiv (\widehat{\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CA}})[2\pi]$.
3. Montrer que $(\widehat{\overrightarrow{IJ}, \overrightarrow{AI}}) \equiv \frac{3\pi}{2} + (\widehat{\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}})[2\pi]$.
4. En déduire que les droites (AK) et (IJ) sont perpendiculaires.

## Exercice n°4 :

Soient $\vec{u}$ , $\vec{v}$ , $\vec{w}$ trois vecteurs non nuls du plan orienté tels que :

$(\widehat{\vec{u}, \vec{v}}) \equiv -\frac{23\pi}{12}[2\pi]$ ; $(\widehat{\vec{v}, \vec{w}}) \equiv -\frac{31\pi}{4}[2\pi]$ et $\|\vec{u}\| = 2$ , $\|\vec{v}\| = 3$ , $\|\vec{w}\| = \frac{3}{2}$

1. Déterminer les mesures principales de $(\vec{u}, \vec{v})$ , $(\vec{w}, \vec{v})$ et $(\vec{u}, \vec{w})$.
2. Calculer $\det(\vec{v}, \vec{w})$ , $\det(\vec{u}, \vec{w})$ , $\det(-2\vec{u}, 3\vec{w})$ et $\det(-\vec{w}, -\frac{1}{4}\vec{v})$.
3. Soit $\vec{k}$ le vecteur non nul tel que : $(\widehat{\vec{v}, \vec{k}}) \equiv \frac{3\pi}{4}[2\pi]$

   Montrer que $\left(\frac{2}{3}\vec{w}, \frac{1}{\|\vec{k}\|}.\vec{k}\right)$ est une base orthonormée directe.

## Exercice n°5 :

Soient A et B deux points distincts du plan orienté.

Déterminer et construire les ensembles suivants :

$E_1 = \left\{ M \in P / (\widehat{\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}}) \equiv \frac{\pi}{4}[2\pi] \right\}$ ; $E_2 = \left\{ M \in P / (\widehat{\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}}) \equiv -\frac{\pi}{3}[2\pi] \right\}$

$E_3 = \left\{ M \in P / (\widehat{\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi] \right\}$

## Exercice n°6 :

Soient A et B deux points du plan orienté tel que $AB = 8$ .

1. Déterminer et construire les ensembles suivantes :

   $\mathscr{C} = \left\{ M \in P / MA^2 - 9MB^2 = 0 \right\}$ ; $\mathscr{C}' = \left\{ M \in P / (\widehat{\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}}) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi] \right\}$

2. $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ se coupent en I, montrer que : $\overrightarrow{IA}.\overrightarrow{IB} = \frac{3}{2}IB^2$ .
3. Calculer $\|\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB}\|^2$ et en déduire IA et IB .

## Exercice n°7 :

Dans le plan orienté, on considère un triangle ABC inscrit dans un cercle $\mathscr{C}$ , $\Delta$ tangente à $\mathscr{C}$ en A et $T \in \Delta \setminus \{A\}$ tel que $(\widehat{\overrightarrow{AT}, \overrightarrow{AB}}) \equiv (\widehat{\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}})[2\pi]$ .

Soit I un point du segment [AB] distinct de A et B.

La droite $\Delta_1$ parallèle à $\Delta$ passant par I coupe (AC) en D.

1. Montrer que : $(\widehat{\overrightarrow{IJ}, \overrightarrow{IB}}) \equiv \pi + (\widehat{\overrightarrow{CJ}, \overrightarrow{CB}})[2\pi]$.
2. La droite $\Delta_1$ parallèle à $\Delta$ passant par B coupe (AC) en D.

   Soit $\mathscr{C}'$ le cercle circonscrit au triangle BCD .

   a. Montrer que $(\widehat{\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BD}}) \equiv \pi + (\widehat{\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD}})[2\pi]$.

   b. En déduire que la droite (AB) est tangente à $\mathscr{C}'$ .