Lycée : 7 / 11 / Aguereb **Prof : Mr Rekik Sabeur**

Série n°1 : Généralités sur les fonctions **3ème Sc Exp**

Exercice 1 : Cocher la bonne réponse :

1) L'ensemble de définition de la fonction f définie par $f(x)=\sqrt{|x-1|}$ est :

☐ $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ ☐ $]-\infty,1]$ ☐ $\mathbb{R}$

2) La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\dfrac{3x}{1+|x|}$ est :

☐ paire ☐ impaire ☐ ni paire ni impaire

3) Soit f la fonction définie par : $f(x)=\dfrac{x^2}{|x+1|-|x-1|}$

a) Le domaine de définition de f est :

☐ $]-\infty ; -1[\cup]1 ; +\infty[$ ☐ $]-1 ; 1[$ ☐ IR^*

b) La fonction f est :

☐ paire ☐ impaire ☐ ni paire ni impaire

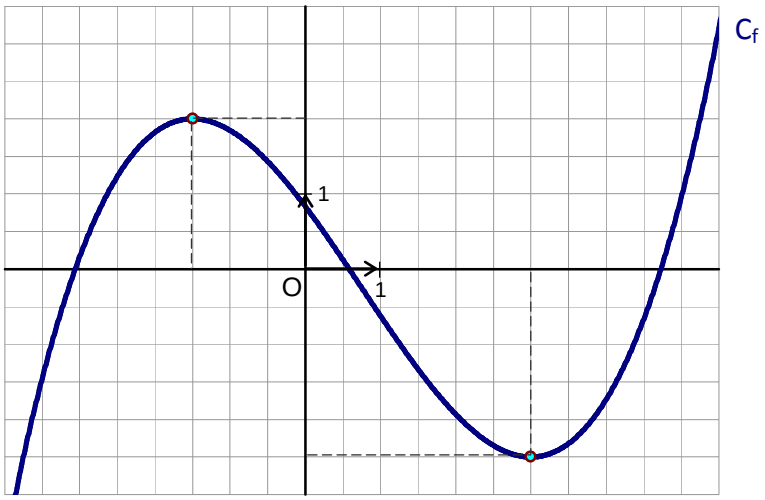
Exercice n°2 :

Déterminer l'ensemble de définition de chacune des fonctions suivantes :

$f : x \mapsto \dfrac{x-1}{x^2+2}$; $g : x \mapsto \dfrac{\sqrt{x-1}}{|x|-2}$; $h : x \mapsto \dfrac{x+2}{2x^2-3x-5}$; $k : x \mapsto \dfrac{\sqrt{3x^2-4x+7}}{x-1}$

Exercice n°3 :

La figure ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.



1) A partir du graphique, d'écrire les variations de la fonction f.

2) En justifiant votre réponse, donner le nombre de solutions des équations suivantes :

a. $f(x)=2$ b. $f(x)=-2$ c. $f(x)=7$ d. $f(x)=-5$

3) Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse. (*Justifier chaque réponse*)

e. $f\left(-\frac{19}{12}\right) > f\left(-\frac{5}{3}\right)$ f. $f\left(-\frac{1}{2}\right) < f\left(\frac{1}{2}\right)$

g. $f(8) < f(12)$ h. Pour tout réel x, $f(x) \geq -2,5$

Exercice n°4 :

On considère la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=-x^2-2x+4$

On désigne par (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) Montrer que pour tout réel x on a : $f(x)=-(x+1)^2+5$

2) Déterminer les variations de f.

3) Tracer la courbe (C_f)

4) Résoudre graphiquement, puis par le calcul $f(x)=1$ et $g(x)\geq -2x$

5) Tracer à partir de (C_f), la courbe représentative (Cg) de la fonction g définie par $g(x)=-x^2-2x+2$

Exercice n°5 :

1) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=-(x-1)^2+2$

a) Montrer que f est majorée sur $\mathbb{R}$

b) Montrer que f est bornée sur $[-1,3]$

2) Montrer que pour tout $x\in[0,2]$ on a : $\dfrac{1}{\sqrt{4-x^2}}\geq\dfrac{1}{2}$

3) Montrer que pour tout réel x, $\sqrt{x^2-2x+3}\geq 1$

Exercice n°6 :

Soit la fonction $f: x\mapsto \dfrac{6x^2+x-2}{|1-x^2|+x^2-1}$

1) Déterminer l'ensemble de définition E de f puis simplifier $f(x)$ pour tout $x\in E$.

2) a) Vérifier que pour tout $x\in E$, $f(x)=3+\dfrac{2}{x-1}$

b) Etudier les variations de f sur son ensemble de définition.

Exercice n°7 :

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=2|x+1|-|1-x|+2$

1) a) Montrer que f est une fonction affine par intervalles

b) Construire sa courbe représentative C_f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

2) Résoudre graphiquement l'équation $f(x)=3$ et l'inéquation $f(x)\leq 0$

Exercice n°8 :

Pour chacune des fonctions suivantes, étudier son sens de variation

1) $f_1(x)=-2x+1+\dfrac{3}{x}$ sur $]0,+\infty[$

2) $f_2(x)=1+x^2-\dfrac{1}{x+1}$ sur $[0,+\infty[$

3) $f_3(x)=-2x-1+\dfrac{3}{x+2}$ sur $]-\infty,-2[$

4) $f_4(x)=\sqrt{-x^2+4x+5}$ sur $]-\infty,-1]$

Exercice n°9 :

On considère la fonction f définie sur IR par : $f(x)=E(x)-2E\left(\dfrac{x}{2}\right)$

1) Donner les expressions de $f(x)$ sur l'intervalle $[-1,2]$.

2) Tracer la courbe (C_0) la représentation de f à l'intervalle $[-1,2]$.

Exercice n°10 :

On se propose de résoudre graphiquement l'équation $(E): x^3=(x+1)^2$

1) a) Montrer que si x est une solution de (E) alors x est strictement positif.

b) Montrer que (E) est équivalente à l'équation $\sqrt{x}=1+\dfrac{1}{x}$

2) a) Tracer sur le même repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ les courbes représentatives des fonctions f et g définies par : $f(x)=\sqrt{x}$ et $g(x)=1+\dfrac{1}{x}$

b) Par lecture graphique :

i) Vérifier que l'équation (E) admet une unique solution.

j) Donner un encadrement d'amplitude 0,25 de cette solution.