Exercice n°1 :

Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer l'ensemble de définition et dresser son tableau de variation et déterminer ses extrema éventuels.

1) $f(x)=\frac{2}{3}x^3-2x^2-6x$ 2) $g(x)=\frac{x^2+3x+3}{x+1}$ 3) $h(x)=\frac{\sqrt{x}}{x+1}$ 4) $k(x)=2x+1-\frac{3}{x+1}$

Exercice n°2 :

1) Soit f la fonction définie par : $f(x)=ax^2+bx+c$

Déterminer les réels a, b et c sachant que f admet un extrémum en $\frac{1}{2}$ et sa courbe $\mathscr{C}_f$ selon un repère $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ passe par $A(1,1)$ et admet en A une tangente parallèle à la droite Δ d'équation $y=x+1$

2) Soit g la fonction définie par $g(x)=\dfrac{x}{x^2-x+1}$

a) Dresser le tableau de variations de g. En déduire que pour tout réel x, $-\frac{1}{3}\le g(x)\le 1$.

b) En remarquant que pour tout $n\in\mathbb{N}^*$, $\frac{n+1}{n}=1+\frac{1}{n}$ montrer que pour tout $n\in\mathbb{N}^*$, $g(\frac{n+1}{n})<g(\frac{n+2}{n+1})$

Exercice n°3 :

Soit $f: x\mapsto\begin{cases}\dfrac{x^2-2x+4}{2x-x^2} & \text{si } x\in[1,+\infty[\setminus\{2\}\\ 2-x+\sqrt{x^2+3} & \text{si } x\in]-\infty,1[\end{cases}$

1) Montrer que f est continue en 1.
2) Etudier la dérivabilité de f en 1.
3) Déterminer les intervalles sur lesquels f est dérivable et calculer $f'(x)$.
4) a) Vérifier que pour tout $x\in\mathbb{R}$: $x<\sqrt{x^2+3}$

b) Dresser le tableau de variation de f

c) En déduire le domaine de définition de la fonction $g: x\mapsto\sqrt{f(x)}$

Exercice n°4 :

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[3,+\infty[$ par : $f(x)=x^2\sqrt{x-3}$

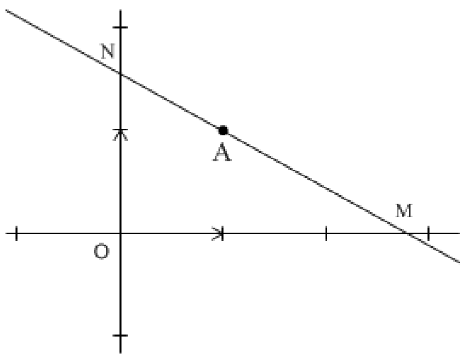
1) Etudier les variations de f.

2) a) En déduire que l'équation $\sqrt{x^2-3}=\frac{4}{x^2}$ possède une unique solution réelle.

b) Donner un encadrement à 10^{-2} de cette solution.

Exercice n°5 :

Dans un repère, A est le point de coordonnées $(1,1)$.
A tout réel $x>1$, on associe le point M de coordonnées $(x,0)$ et on note N le point où la droite (AM) coupe l'axe des ordonnées.



1) Calculer l'ordonnée du point N en fonction de x et en déduire l'aire du triangle OMN en fonction de x.

2) f est la fonction définie sur $]1,+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{x^2}{2(x-1)}$.

a) Dresser le tableau de variation de f.

b) Quelle est la position du point M pour laquelle l'aire du triangle OMN est minimale ?