

Calcul vectoriel

Exercice n°1 :

Soit (O, \vec{i}, \vec{j}) un repère orthonormé du plan.

On considère $A(3,1)$; $B(-2,-1)$; $C(0,2)$ et $D(m,3)$ où m est un réel.

- 1) Déterminer m pour que $\overline{AB} \perp \overline{CD}$.
- 2) Déterminer m pour que $\|\overline{AB}\| = \|\overline{CD}\|$.

Exercice n°2 :

Deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont définis, dans une base orthonormé (\vec{i}, \vec{j}) , par :

$$\vec{u} = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}} \vec{i} + \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} \vec{j} ; \vec{v} = \frac{1-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \vec{i} + \frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \vec{j}$$

Montrer que (\vec{u}, \vec{v}) est une base orthonormée.

Exercice n°3 :

Les sommet d'un quadrilatère ABCD ont respectivement pour coordonnées $(4, 4)$; $(-1, \frac{3}{2})$

$$(-\frac{1}{2}, -2) (2, -\frac{3}{4}) .$$

Démontrer que ce quadrilatère est un trapèze dont les diagonales sont perpendiculaires.

Exercice n°4 :

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

On considère les points $A(1, 1)$; $B(4, 2)$; $C(2, -2)$ et $D(3, 0)$.

- 1) Montrer que les points B, C et D sont alignés.
- 2) Montrer que le triangle ABC est rectangle en A.
- 3) Montrer que $[AD]$ est la hauteur issue de A du triangle ABC.
- 4) Calculer l'air du triangle ABC.

Exercice n°5 :

Dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on donne $A(-3, -1)$; $B(-2, 2)$ et $C(3, -3)$.

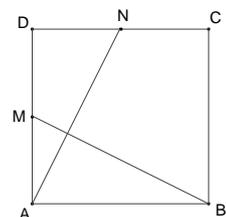
- 1) Démontrer que le triangle ABC est rectangle en A.
- 2) On désigne par c le cercle circonscrit au triangle ABC.
Calculer les coordonnées du centre I de c , puis calculer son rayon.
- 3) Préciser la position des points $E(3, 2)$ et $F(\frac{5}{2}, \frac{5}{2})$ par rapport à c .
- 4) Démontrer que la droite (EF) est tangente à c .

Exercice n°6 :

ABCD est un carré de côté 1, M est le milieu de $[AD]$ et N le milieu de $[DC]$.

On choisit le repère orthonormé (A, \vec{AB}, \vec{AD}) .

- 1) Déterminer les coordonnées des points A, B, C, D, M et N.
- 2) Montrer que les droites (AN) et (BM) sont perpendiculaires.



Exercice n°7 :

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

On considère les points $A(2, 3)$; $B(3, 6)$; $C(-3, 3)$ et $D(-2, 1)$.

- 1) Montrer que les droites (AD) et (BC) sont parallèles.
- 2) Montrer que les droites (AD) et (DC) sont perpendiculaires.
- 3) a) Déterminer les coordonnées du point E défini par : $3\vec{EA} - 2\vec{EB} = \vec{0}$
b) Préciser la position des points E, C et D.
- 4) Soit $M(-t+2, 2t+3)$ où t est un réel.
a) Montrer que les vecteurs \vec{AM} et \vec{BC} sont orthogonaux.
b) Sur quelle ligne se déplace le point M lorsque t varie.