Lycée : 7 / 11 / Aguereb **2009 / 2010**
Prof : Rekik sabeur **$2^{ème}$ sciences**

Calcul vectoriel

Exercice 1

ABC est un triangle.

1) Construire les points D et E tels que : $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}$

2) Montrer que le point C est le milieu de $[ED]$.

Exercice 2

O, A et B sont trois points non alignés.

1) Construire le point C tel que : $\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$

2) Déterminer le point D tel que : $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{0}$

Exercice 3

Soient ABC un triangle et E un point de $[AB]$ distincts de A et B.

1) Construire les points F et D tels que : $\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{BE}$ et $\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{CE}+\overrightarrow{CA}$

2) a) Montrer que $\overrightarrow{ED}=\overrightarrow{CA}$.

b) Ecrire $\overrightarrow{BD}$ à l'aide de $\overrightarrow{BE}$ et $\overrightarrow{ED}$ puis $\overrightarrow{CF}$ à l'aide de $\overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{AF}$.

c) Montrer que $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{CF}$.

3) Montrer que $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{ED}+\overrightarrow{DF}-\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{0}$

Exercice 4

Soit ABC un triangle, I le milieu de [AB], D et E les points définis par :
$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+2\,\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AE}=-2\,\overrightarrow{AC}$

1) Construire les points D et E.

2) Montrer que les points D, I et E sont alignés.

Exercice 5

Soit ABCD un parallélogramme et E et F les points définis par : $\overrightarrow{CE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{AF}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AE}$

1) Montrer que $\overrightarrow{FE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{FA}$.

2) En déduire que les points B, C et F sont alignés.

Exercice 6

ABC est un triangle.

1) Construire le point M tel que : $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

2) a) Construire les points N et P tels que : $\overrightarrow{BN}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}+2\,\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{PC}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

b) Montrer que C est le milieu de [PN].

Exercice 7

On donne un triangle OBC. On considère le point A défini par $\overrightarrow{OA}=\frac{3}{4}\overrightarrow{OB}$ et I le milieu de [BC].

1) Soit le point P défini par : $4\,\overrightarrow{PA}+3\,\overrightarrow{PC}=\overrightarrow{0}$

Montrer que $\overrightarrow{AP}=\frac{3}{7}\overrightarrow{AC}$. Placer le point P sur la figure.

2) a) Montrer que $\overrightarrow{OP}=\frac{3}{7}(\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC})$, puis que $\overrightarrow{OP}=\frac{6}{7}\overrightarrow{OI}$.

b) Que peut-on en déduire pour les points O, I et P ?

Exercice 8

Le plan est muni d'un repère cartésien $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Soit A et B les points de coordonnées respectives (-2 , 2) et (2 , 1), M un point dont les coordonnées Sont notées (a , b) et $\vec{u}$ le vecteur défini par : $\vec{u} = 3\,\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}$.

1) Exprimer les coordonnées du vecteurs $\vec{u}$ en fonction de a et b.

2) Donner les nombres a et b pour lesquels $\vec{u} = \vec{0}$.

Exercice 9

Le plan est muni d'un repère cartésien $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

On considère les points A (2, − 1) , B (1, 3) et C (−2 , 1)

1) Déterminer les coordonnées du point D tel que ABCD soit un parallélogramme.

2) Soient K $\left(\frac{15}{2}, 5\right)$ et I le milieu de [AB].

a) Calculer les composantes de chacun des vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{IK}$.

b) En déduire que les droites (BC) et (IK) sont parallèles.

Exercice 10

Soit ABC un triangle quelconque. On place le point P symétrique de A par rapport à B, le point Q symétrique de B par rapport à C et le point R symétrique de C par rapport à A. On appelle I le milieu de [BC] et K le milieu de [PQ]. On appelle G et H les centres de gravité des triangles ABC et PQR.

On choisit le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$

1) Déterminer les coordonnées des points A, B et C.

2) Déterminer les coordonnées du point I, puis celles du point G.

3) Déterminer les coordonnées des points R, P, Q et K.

4) Démontrer que les points G et H sont confondus.