Continuité et limites

Exercice n°1 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^2-4x+3}{2x+1-\sqrt{x^2+2x+6}} & si\ x\neq 1 \\ f(1)=a \quad (a\in\mathbb{R}) \end{cases}$

Déterminer a pour que f soit continue en1

Exercice n°2 :

Soit la fonction f définie sur IR₊\ {1} par : $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+2x}-\sqrt{3}}{x^2-1}$.

Montrer que f est prolongeable par continuité en 1 et définir ce prolongement.

Exercice n°3 :

Soit la fonction f définie par $f(x)=2x\sqrt{\dfrac{x}{x-2}}-x$

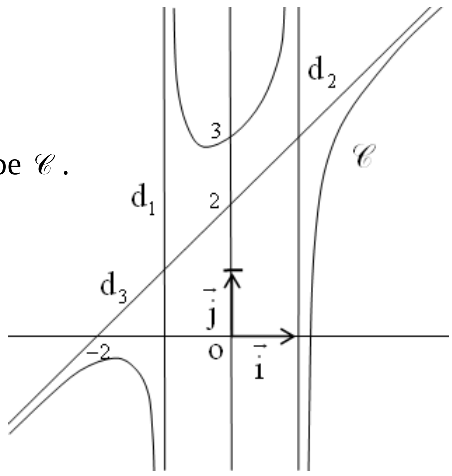
1. Déterminer le domaine de définition D_f de la fonction f
2. Déterminer les limites suivantes : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)$
3. Déterminer les limites suivantes : $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{f(x)}{x}\right)$; $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-x)$; $\lim\limits_{x\to 0^-}\left(\dfrac{f(x)}{x}\right)$; $\lim\limits_{x\to 0^-}\left(\dfrac{f(x)+x}{x^2}\right)$

Exercice n°4 :

La courbe ci – contre est la représentation graphique d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}\setminus\{-1,1\}$.

Les droites d_1 , d_2 et d_3 d'équations respectives :

$d_1 : x=-1$; $d_2 : x=1$; $d_3 : y=x+2$ sont des asymptotes à la courbe $\mathscr{C}$.



1. Déterminer graphiquement :

$\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$; $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)$; $\lim\limits_{x\to(-1)^+} f(x)$; $\lim\limits_{x\to(-1)^-} f(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$

$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}$ et $\lim\limits_{|x|\to\infty}[f(x)-(x+2)]$.

2. Donner, en utilisant le graphique le signe de $f(x)-(x+2)$

Exercice n°5 :

On considère la fonction f définie sur $[1,+\infty[$ par : $f(x)=\dfrac{1}{2}x-\dfrac{\sqrt{x^2-1}}{x}$

On désigne par $(\mathscr{C})$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé.

1. a. Montrer que pour tout $x\geq 1$, $f(x)=\dfrac{1}{2}x-\sqrt{\dfrac{x^2-1}{x^2}}$

   b. En déduire la limite de f en $+\infty$.

2. a. Montrer que la droite $\Delta : y=\dfrac{x}{2}-1$ est asymptote oblique à $(\mathscr{C})$ au voisinage de $+\infty$.

   b. Montrer que pour tout x de $[1,+\infty[$, $\dfrac{\sqrt{x^2-1}}{x}<1$

   c. En déduire la position de $(\mathscr{C})$ par rapport à Δ .