

Dénombrement

<http://ymaths.e-monsite.com/>

Exercice n°1 :

On donne les chiffres 1 ; 2 ; 3 ; 4 et 5 et on veut former des nombres distincts de 3 chiffres.

- 1/ Combien peut – on former de nombres ?
- 2/ Combien peut – on former de nombres de 3 chiffres tous différentes ?
- 3/ Les chiffres étant tous différents.
 - a/ Combien peut – on former de nombres commençant par 1.
 - b/ Combien peut – on former de nombres pairs.
 - c/ Combien peut – on former de nombres dont la somme des chiffres est 10.

Exercice n°2 :

- 1) Combien de nombres entiers de 8 chiffres distincts peut – on former avec les chiffres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 et 8.
- 2) Combien y a – t – il de ces nombres où les chiffres 6, 7 et 8 sont toujours ensemble dans cet ordre.
- 3) Combien y a – t – il de ces nombres où les chiffres 6, 7 et 8 sont toujours ensembles dans un ordre quelconque.

Exercice n°3 :

- 1/ Dénombrer les anagrammes du mot PATRICE ?
- 2/ Dans chacun des cas suivants, dénombrer les anagrammes du mot PATRICE :
 - a/ Commencant et finissant par une consonne.
 - b/ Commencant et finissant par une voyelle.
 - c/ Commencant par une consonne et finissant par une voyelle.
 - d/ Commencant par une voyelle et finissant par une consonne.
- 3/ Dénombrer les anagrammes du mot ANAGRAMMES ?

Exercice n°4 :

Une assemblée de 15 hommes et 12 femmes désire élire un comité de 6 membres, madame A refuse de siéger dans tout comité dont ferait partie monsieur B.

- 1/ Quel est le nombre de comités qui pourront être constitués dans ces conditions ?
- 2/ Dénombrer ceux de ces comités dont madame A ferait partie.

Exercice n°5 :

Un clavier de 9 touches permet de composer le code d'entrée d'un immeuble, à l'aide d'une lettre suivie d'un nombre de 3 chiffres distincts ou non.

1	2	3
4	5	6
A	B	C

- 1/ Combien de codes différents peut – on former ?
- 2/ Combien y a-t-il de codes sans le chiffre 1 ?
- 3/ Combien y a-t-il de codes comportant au moins une fois le chiffre 1 ?
- 4/ Combien y a-t-il de codes comportant des chiffres distincts ?
- 5/ Combien y a-t-il de codes comportant au moins deux chiffres identiques ?

Exercice n°6 :

Une urne contient 20 boules réparties comme suit :
9 boules blanches, 7 boules rouges et 4 boules vertes.

- 1/ On tire simultanément 3 boules de l'urne.
Déterminer le nombre de tirages comprenant :
 - a/ 3 boules d'une même couleur.
 - b/ Une boule de chaque couleur.
 - c/ 3 boules de deux couleurs différentes et deux seulement.
- 2/ On tire successivement sans remise 3 boules de l'urne.
 - a/ Dénombrer tous les tirages possibles.
 - b/ Déterminer le nombre de tirages comprenant dans cet ordre : une boule blanche, une boule rouge et une boule verte.
 - c/ Dénombrer les tirages comprenant les 3 couleurs.
 - d/ Dénombrer les tirages comprenant exactement 2 boules blanches.
 - e/ Dénombrer les tirages comprenant 3 boules de 2 couleurs différentes et 2 seulement.
- 3/ On tire successivement avec remise 5 boules de l'urne.
 - a/ Dénombrer tous les tirages possibles.
 - b/ Dénombrer les tirages comprenant exactement 2 fois une boule blanche.

<http://ymaths.e-monsite.com/>

Exercice n°7 :

1/ Calculer les sommes suivantes :

$$S_1 = 1 + 2C_n^1 + 4C_n^2 + 8C_n^3 + \dots + 2^n C_n^n \quad \text{et}$$

$$S_2 = 1 - 2C_n^1 + 4C_n^2 - 8C_n^3 + \dots + (-1)^n \cdot 2^n \cdot C_n^n$$

2/ En déduire la valeur de :

$$S = 1 + 2^2 C_{100}^2 + 2^4 C_{100}^4 + \dots + 2^{2k} C_{100}^{2k} + \dots + 2^{98} C_{100}^{98} + 2^{100}$$