Exercice n°1 :

On considère dans le plan orienté un rectangle ABCD de centre O tel que $AB = 2BC$ et $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$.

On désigne par I et J les milieux respectifs des segments [AB] et [CD].

1/ Montrer qu'il existe un unique déplacement f tel que $f(A) = C$ et $f(I) = J$. Caractériser f.

2/ Soit $g = R_{\left(I, \frac{\pi}{2}\right)} \circ f$.

a/ Montrer que g est une rotation dont on précisera l'angle.

b/ Déterminer $g(A)$.

c/ Déduire une construction du point Ω centre de g.

http://ymaths.e-monsite.com/

3/ Soit h l'antidéplacement tel que $h(A) = C$ et $h(I) = J$.

a/ Montrer que h est une symétrie glissante.

b/ Montrer que $h(B) = D$.

c/ On pose $h(D) = D'$. Montrer que $\left(\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CD'}\right) \equiv -\frac{\pi}{2}[2\pi]$ et $AD = AD'$

d/ En déduire que D' est le symétrique de B par rapport à C.

e/ En déduire la forme réduite de h.

4/ a/ Construire le point $C' = h(C)$.

b/ Le cercle de diamètre [AB] recoupe [AC] en E, le cercle de diamètre [CD] recoupe [CC'] en E'

Soit F le symétrique de E' par rapport à (IJ). Montrer que $h(E) = E'$ et que $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{IJ}$.

Exercice n°2 :

Soit ABC un triangle rectangle en C tel que $\left(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ et soit r la rotation de centre C et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

Soit $D = r(C)$ et $E = r^{-1}(B)$.

On désigne par I le milieu du segment [CD].

1/ a/ Montrer qu'il existe un unique déplacement f tel que $f(A) = D$ et $f(C) = A$.

b/ Préciser la nature et les éléments caractéristiques de f.

2/ Soit $g = f \circ r$.

a/ Montrer que g est une translation.

b/ Soit $F = g(E)$.

Montrer que $f(B) = F$ et en déduire la nature du triangle BIF.

c/ Montrer que les points C, A et F sont alignés.

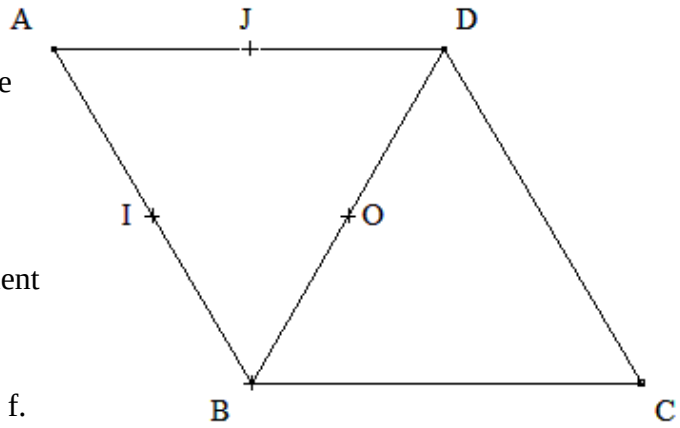
3/ Soit $G = t_{\overrightarrow{AD}}(I)$ où $t_{\overrightarrow{AD}}$ désigne la translation de vecteur $\overrightarrow{AD}$.

a/ Montrer qu'il existe un unique antidéplacement φ tel que $\varphi(C) = D$ et $\varphi(I) = G$.

b/ Montrer que φ est une symétrie glissante dont on précisera le vecteur et l'axe.

http://ymaths.e-monsite.com/

Exercice n°3 :



Le plan est orienté dans le sens direct.
Dans la figure ci-contre, ABCD est un losange de centre O, I est le milieu du segment [AB], J est le milieu du segment du segment [AD]

et $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right)\equiv\frac{\pi}{3}[2\pi]$.

1/ a/ Montrer qu'il existe un unique déplacement f tel que $f(A)=B$ et $f(B)=D$.

b/ Caractériser f.

c/ Déterminer l'image du triangle ABD par f.

2/ Soit S un antidéplacement qui transforme l'ensemble {A, B, D} en l'ensemble {B, C, D} et tel que $S(A)=C$.

a/ Déterminer l'image du segment [BD] par S.

b/ En déduire que S est une symétrie orthogonale d'axe (BD).

3/ Soit g un antidéplacement qui transforme l'ensemble {A, B, D} en l'ensemble {B, C, D} et tel que $g(A)=D$.

a/ Montrer que $g(D)=B$.

http://ymaths.e-monsite.com/

b/ Caractériser alors g.

Exercice n°4 :

Le plan complexe est rapporté à un r.o.n.d $\left(O,\overrightarrow{u},\overrightarrow{v}\right)$. Soit A le point d'affixe 1.

On considère l'application $f:P\to P$, $M(z)\mapsto M'(z')$ tel que : $z'=\frac{1+i}{\sqrt{2}}z+1-\frac{1+i}{\sqrt{2}}$.

1/ Déterminer la nature de f et préciser ses éléments caractéristiques.

2/ Soit $M_0(2)$ on pose pour tout $n\in IN$: $M_{n+1}=f(M_n)$ on désigne par z_n l'affixe de M_n et Z_n l'affixe de $\overrightarrow{AM_n}$.

a/ Montrer que $Z_1=e^{i\pi/4}$

b/ Montrer que pour tout $n\in IN$: $Z_n=e^{in(\frac{\pi}{4})}$

c/ Déterminer les valeurs de n pour lesquelles A, M_0 et M_n alignés.

Exercice n°5 :

Dans le plan orienté on considère un triangle ABC tel que AB = AC et $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$.

On désigne par I, J et K les milieux respectifs des segments [BC], [AC] et [AB].

Soit $r=r_{(I,\frac{\pi}{2})}$ et $t=t_{\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}}$

1/ Caractériser $f=r\circ t$ et $g=t\circ r$

2/ a/ Quelle est la nature de $g\circ f^{-1}$

b/ Déterminer $g\circ f^{-1}(A)$

c/ Soit $M\in P$: $M_1=f(M)$ et $M_2=g(M)$, quelle est la nature du quadrilatère ACM_2M_1 ?

http://ymaths.e-monsite.com/