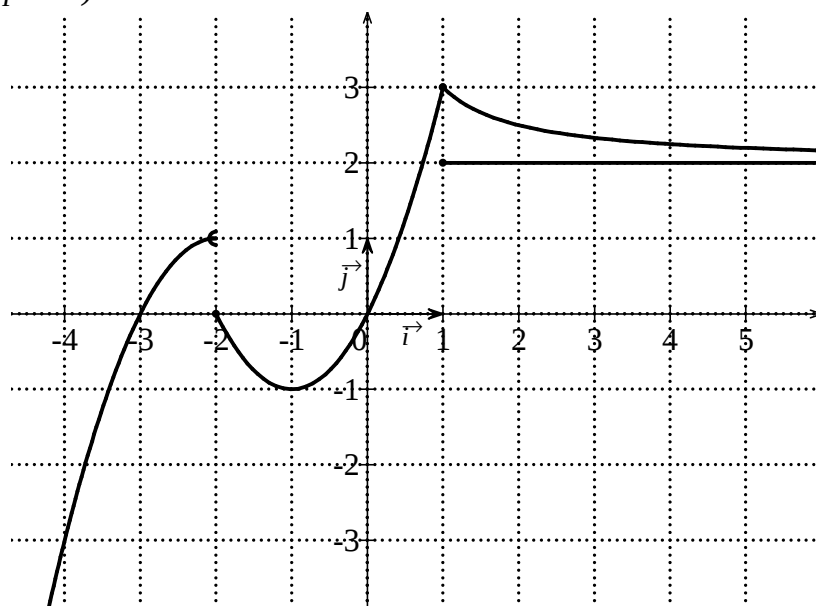




Le sujet comporte deux pages

<http://ymaths.e-monsite.com/>

**Exercice n°1 :** (4 points)



La figure ci-dessus est la représentation graphique d'une fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$ .

Utiliser cette figure pour répondre aux questions suivantes :

1/ a/  $f$  est-elle continue en  $-2$  ? Justifier votre réponse

b/  $f$  est-elle continue en  $1$  ? Justifier votre réponse

2/ a/ Déterminer s'il existe un majorant de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .

b/ Déterminer s'il existe un minorant de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .

3/ a/ Déterminer l'ensemble des solutions de l'équation  $f(x) = 0$ .

b/ Déterminer l'ensemble des solutions de l'inéquation  $f(x) > 0$ .

4/ Déterminer les images par  $f$  des intervalles :  $[-1, 2]$  et  $[1, +\infty[$ .

**Exercice n°2 :** (4 points)

Soit  $g$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = \begin{cases} \frac{x}{x-2} & \text{si } x \in ]-\infty, 1[ \\ -x^2 + 6x - 6 & \text{si } x \in [1, +\infty[ \end{cases}$

1/ Justifier que  $g$  est continue sur l'intervalle  $]-\infty, 1[$

2/ Justifier que  $g$  est continue sur l'intervalle  $[1, +\infty[$

3/ a/ Vérifier que pour tout  $x \in [1, +\infty[$  on a :  $g(x) = -(x-3)^2 + 3$

b/ Construire la courbe représentative de  $g$  dans le plan muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

4/ Vérifier graphiquement que  $g$  est continue sur  $\mathbb{R}$ .

**Exercice n°3 :** (3 points)

<http://ymaths.e-monsite.com/>

Soit  $h$  la fonction définie par  $h(x) = \frac{2-x+\sqrt{x-1}}{x-1}$

- 1/ Déterminer l'ensemble de définition  $D_h$  de  $h$ .
- 2/ Justifier que  $h$  est continue sur son ensemble de définition.
- 3/ a/ Montrer que l'équation  $h(x) = 0$  admet une solution  $\alpha$  dans l'intervalle  $[3, 4]$ .  
b/ Donner un encadrement à  $10^{-1}$  près de  $\alpha$ .

**Exercice n°4 :** (9 points)

ABCD un trapèze rectangle en C et D tel que

$AD = 3$  ;  $DC = CB = 4$  et E est un point défini par  $\overrightarrow{DE} = \frac{1}{4}\overrightarrow{DC}$ .

1/ Montrer que  $(\overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DA}) \cdot (\overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CB}) = \overrightarrow{ED} \cdot \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{CB}$

2/ a/ Calculer  $\overrightarrow{ED} \cdot \overrightarrow{EC}$  et  $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{CB}$ .

b/ En déduire que  $\overrightarrow{EA} \cdot \overrightarrow{EB} = 9$ .

c/ Calculer EA et EB puis  $\cos(\widehat{AEB})$ .

d/ Montrer que  $AB = \sqrt{17}$ .

3/ Soit H le projeté orthogonal de A sur (BC).

a/ Calculer  $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$  et  $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CE}$ .

b/ En déduire que les droites (CA) et (BE) sont perpendiculaires.

4/ On considère l'ensemble  $\Delta$  des points M du plan tels que  $MB^2 + MC^2 - 2\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MC} = 29$

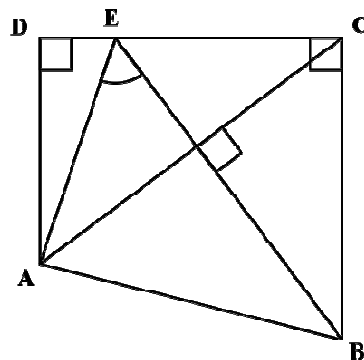
Soit I le milieu de [BC] et J le milieu de [AC].

a/ Montrer que  $BJ^2 = \frac{41}{4}$  puis vérifier que  $J \in \Delta$ .

b/ Montrer que pour tout M du plan on a :  $MB^2 + MC^2 - 2\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MC} = 2(MI^2 - MJ^2) + \frac{41}{2}$

c/ Montrer que  $MI^2 - MJ^2 = 2\overrightarrow{MJ} \cdot \overrightarrow{JI} + \frac{17}{4}$

d/ Déterminer l'ensemble  $\Delta$ .



<http://ymaths.e-monsite.com/>