Lycée : 7 / 11 / Métouia	Devoir de contrôle n°1 en mathématiques
Prof : Rekik Sabeur	Le : 30 – 10 – 06
Classe : 3ième Technique 1	Durée : 2 heures

Exercice n°1 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^2 - 2x$

1) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) a) Soient a et b deux réels distincts. Montrer que $T_f = \dfrac{f(b)-f(a)}{b-a} = b + a - 2$

b) En déduire que f est croissante sur $[1,+\infty[$ et décroissante sur $]-\infty,1]$.

c) Dresser le tableau de variation de la fonction f.

3) a) Montrer que pour tout réel x on a : $f(x) = (x-1)^2 - 1$

b) Tracer $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

c) Résoudre graphiquement : $f(x) = 0$; $f(x) = 3$ et $f(x) \leqslant 3$

4) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = \left|x^2 - 2x\right|$

a) Tracer $\mathscr{C}_g$ à partir de $\mathscr{C}_f$ (utiliser autre couleur)

b) Déterminer graphiquement, les valeurs du réels m pour lesquelles l'équation $g(x) = m$ admet quatre solutions.

Exercice n°2 :

Soient f et g deux fonctions définies par : $f(x) = \dfrac{x-1}{x^2-5x+4}$ et $g(x) = (x-1)\sqrt{x}$

1) Déterminer D_f et D_g.

2) a) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$

b) Etudier la limite de f en 4.

3) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{g(x)}{x}$

4) Soit h la fonction définie par : $h(x) = \begin{cases} f(x) & \text{si } x < 0 \\ g(x) & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

a) Vérifier que la fonction h est définie sur $\mathbb{R}$.

b) La fonction h admet – elle une limite en 0.

Exercice n°3 :

A) On donne dans le plan orienté deux points distincts O et A.

Soit le point B défini par : $(\widehat{\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}}) = \dfrac{-58\pi}{3} + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$ et $OB = 2\,OA$

1) Déterminer la mesure principale de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right)$ puis construire les points O, A et B.

2) a) Construire le point C défini par : $(\widehat{\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC}}) = \dfrac{\pi}{4} + 2k'\pi$; $k' \in \mathbb{Z}$ et $OC = 3\,OA$

b) Trouver les mesures des angles orientés $\left(\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}\right)$ et $\left(-\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}\right)$.

B) 1) Soit x un réel. Calculer sin x sachant que $\cos x = -\dfrac{1}{3}$ et $\dfrac{\pi}{2} < x < \pi$

2) Soient x et y deux réels. Montrer que : $\cos^2 x - \sin^2 y = \cos^2 y - \sin^2 x$

BON TRAVAIL