

Lycée : 7 / 11 / Méthouia	Devoir de contrôle n°2	Classes : 3 ^{ème} Math 1 et 2
Prof : Mr S. Mostfa Mr R.Saber	Le : 02 / 02 / 2008	Durée : 2 heures

Exercice n°1 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ par : $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{2 - x}$

On désigne par $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) a) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

b) Calculer les limites de f à droite et à gauche en 2.

2) a) Justifier que f est dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ puis montrer que $f'(x) = \frac{-x^2 + 4x + 5}{(2 - x)^2}$

b) Dresser le tableau de variation de f . Préciser la nature des extrema.

3) Donner l'équation de la tangente T à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 3.

4) Soit M_0 le point de $\mathcal{C}_f$ d'abscisse x_0 .

Déterminer x_0 pour que la droite $D : y = 8x - 4$ soit tangente à $\mathcal{C}_f$

Exercice n°2 :

1) Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = ax^3 + bx + c$

On désigne par $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Déterminer les réels a , b et c pour que f admet un extremum en -1 égal à 4 et la courbe

$\mathcal{C}_f$ admet au point d'abscisse 0 une tangente parallèle à la droite d'équation $y = -3x$.

2) Dans la suite de l'exercice, on donne $a = 1$, $b = -3$ et $c = 2$ ($f(x) = x^3 - 3x + 2$)

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :
$$\begin{cases} g(x) = f(x) & \text{si } x \leq 1 \\ g(x) = \frac{1-x^2}{x} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

a) Montrer que g est continue en 1.

b) Vérifier que pour tout réel x ; $x^3 - 3x + 2 = (x - 1)(x^2 + x - 2)$

Etudier la dérivabilité de g en 1. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

c) Déterminer les intervalles sur lesquels g est dérivable et calculer $g'(x)$.

d) Dresser le tableau de variation de g . En déduire que pour tout réel x ; $g(x) \leq 4$

Exercice n°3 :

Soit ABC un triangle isocèle de sommet principal B tel que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv \frac{\pi}{6} [2\pi]$.

On pose $E = S_{(AC)}(B)$ et $D = S_B(E)$

1) Soit R la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{3}$

a) Déterminer $R(E)$.

b) Montrer que $EC = BD$

c) En déduire que $R(C) = D$.

2) Soit R' la rotation qui transforme A en C et D en A.

a) Déterminer l'angle de R'.

b) Montrer que B est le centre de R'.

c) Déterminer $R'(C)$.

d) Soit Δ la droite perpendiculaire à (AC) en A. On pose $\{I\} = \Delta \cap (DC)$ et $\{J\} = (AD) \cap (EC)$

Déterminer les images des droites Δ et (DC) par R' puis déduire que $R'(I) = J$

