Exercice n°1 :

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^3 + ax^2 - 2$ où a est un réel

On désigne par $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1) Déterminer a pour que f admette un extremum local en (-2) .

Dans la suite on prendra : $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2$

2) a) Etudier les variations de f .

b) Donner une équation de la tangente T à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse (-1) .

c) Existe-t-il des points de $\mathcal{C}_f$ où la tangente est parallèle à la droite D d'équation $y = -9x + 2$

Exercice n°2 :

Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{si } x < 2 \\ \frac{x+1}{2x-3} & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

1) Montrer que f est continue en 2.

2) Etudier la dérivabilité de f en 2. Interpréter graphiquement les résultats obtenus.

3) a) Déterminer $g'(x)$ sur chacun des intervalles $]-\infty, 2[$ et $]2, +\infty[$

b) Dresser le tableau de variations de g .

c) Déterminer les extrema de g .

Exercice n°3 :

A, B et C sont trois points du plan tels que : $AB = 5$, $AC = 8$ et $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = 20$

1) Quelle est la valeur de $\widehat{BAC}$.

2) À l'aide de la formule d'El Kashi, calculer la distance BC .

3) Calculer le produit scalaire $\overline{BA} \cdot \overline{BC}$

4) Soit I le milieu de $[BC]$.

a) Montrer que pour tout point M du plan on a : $\overline{MB} \cdot \overline{MC} = MI^2 - \frac{BC^2}{4}$

b) En déduire l'ensemble $\mathcal{C}$ des points M du plan tels que : $\overline{MB} \cdot \overline{MC} = 20$

Exercice n°4 :

On donne dans le plan $\mathcal{P}$ deux points A et B tels que $AB = 6$

A) On désigne par G le barycentre des points pondérés $(A, 1)$ et $(B, -4)$

1) Calculer les distances GA et GB

2) Soit $\mathcal{C}$ l'ensemble des points M du plan tels que : $MA^2 - 4MB^2 = 0$

a) Montrer que pour tout points M du plan on a : $MA^2 - 4MB^2 = -3MG^2 + 48$

b) En déduire que $\mathcal{C}$ est un cercle dont on précisera le centre et le rayon.

B) Dans la suite, on suppose que le plan $\mathcal{P}$ est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, et que

A et B ont pour coordonnées : $A(-3, 0)$ et $B(3, 0)$.

1) Vérifier que $AB = 6$.

2) Soit $M(x, y)$.

a) Montrer que $MA^2 - 4MB^2 = -3x^2 - 3y^2 + 30x - 27$

b) En déduire une équation cartésienne de $\mathcal{C}$.

BON TRAVAIL