

Devoir de contrôle n°2
Mathématiques

Année scolaire : 2010 - 2011

Durée : 2 heures

Classe : 3^{ème} Sc info

Exercice n°1 : (2 pts)

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte.

Indiquer sur votre copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse exacte.

Aucune justification n'est demandée.

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{x^2} =$

a) $+\infty$

b) 0

c) 3

2. $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-2}{(x-2)^2} =$

a) $-\infty$

b) 0

c) $+\infty$

3. Le plan est muni d'un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , la courbe représentative (C) de la fonction f définie par

$f(x) = \sqrt{x}$ admet au point d'abscisse 2 une tangente de coefficient directeur :

a) $\sqrt{2}$

b) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

4. Le couple $(2, -1)$ est solution du système :

a) $\begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ 2x + 3y = -1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + 5y = -4 \\ -2x + 5y = -9 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 4x + 3y = 5 \\ -3x + 4y = -10 \end{cases}$

Exercice n°2 : (6 Pts)

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{2x^2 + 3x + 1}{x + 2}$

On désigne par C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. Déterminer l'ensemble de définition D_f de f.

2. Calculer les limites de f aux bornes de D_f .

En déduire que C_f admet une asymptote verticale Δ dont on déterminera une équation.

3. a. Vérifier que pour tout $x \in D_f$ on a $f(x) = 2x - 1 + \frac{3}{x + 2}$

b. En déduire que la courbe C_f admet en $+\infty$ et en $-\infty$ une droite asymptote D dont on précisera une équation.

c. Etudier la position de C_f par rapport à D.

Exercice n°3 : (4 Pts)

On considère le système suivant : $\begin{cases} \alpha x - y = 1 \\ 2x - 3y = 3 \end{cases}$, α est un paramètre réel.

1. On suppose que $\alpha = \frac{2}{3}$. Combien le système a-t-il de solutions ?
2. On suppose que $\alpha = 3$. Le système a-t-il des solutions ?
3. Déterminer α pour que le système admette une solution unique ?
4. Résoudre dans \mathbb{R}^2 le système dans le cas où $\alpha = 4$.

Exercice n°4 : (8 Pts)

I. 1. α et β étant deux réels. Résoudre dans \mathbb{R}^2 le système $\begin{cases} \alpha + \beta = -2 \\ 4\alpha + \beta = 1 \end{cases}$

2. Soient a et b deux réels et f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = ax^2 + bx + 1$.

Déterminer les réels a et b pour que l'on ait : $\begin{cases} f(1) = -1 \\ f'(2) = 1 \end{cases}$

II. On considère la fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 1 & \text{si } x < 1 \\ \frac{3x - 5}{x + 1} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

On désigne par C_g sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. Montrer que g est continue en 1.
2. Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$. Interpréter graphiquement le résultat.
3. Montrer que la courbe C_g admet une branche parabolique de direction celle de (O, \vec{j}) au voisinage de $-\infty$.
4. a. Montrer que g est dérivable en 3 et déterminer $g'(3)$.
b. Ecrire une équation de la tangente T à C_g en son point d'abscisse 3.

Bon travail