



Le sujet comporte 3 pages

<http://ymaths.e-monsite.com/>

Exercice n°1 : (3 points)

Il n'y a qu'une bonne réponse parmi les réponses proposées, indiquer sur votre copie le numéro et la lettre correspondante. Aucune justification n'est demandée.

1°/ Une primitive sur $]0 + \infty[$ de la fonction $f : x \mapsto 2x - \frac{1}{x^2}$ est :

a/ $F : x \mapsto 2x^2 - \frac{1}{x^3}$; b/ $F : x \mapsto x^2 - \frac{1}{x}$; c/ $F : x \mapsto \frac{x^3 + x + 1}{x}$

2°/ La fonction $f : x \mapsto \ln(1-x)$ est définie sur :

a/ \mathbb{R} ; b/ $] -\infty, 1[$; c/ $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

3°/ Pour tout réel a strictement positif, le nombre $\ln(a^2 + 3a)$ est égal à :

a/ $\ln(a^2) + 3\ln a$; b/ $\ln a + \ln(a+3)$; c/ $42\ln a + \ln(3a)$

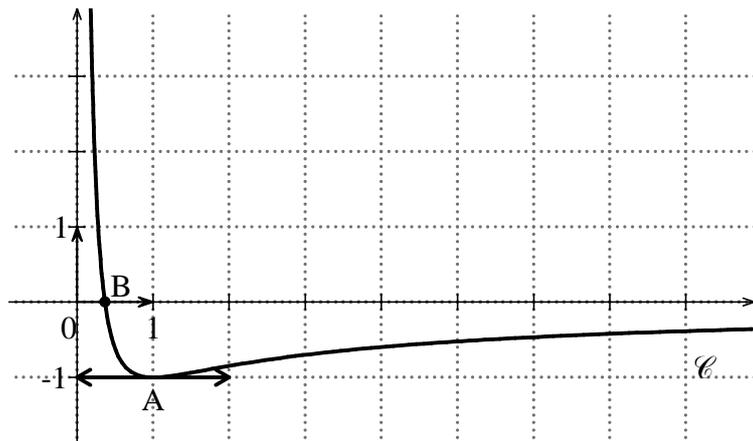
4°/ La dérivée de la fonction $f : x \mapsto \ln(3x) + \ln 3$ est :

a/ $f' : x \mapsto \frac{1}{3x} + \frac{1}{3}$; b/ $f' : x \mapsto \frac{1}{x}$; c/ $f' : x \mapsto \frac{1}{3x}$

Exercice n°2 : (5 points)

La courbe \mathcal{C} ci-contre représente une fonction f définie et dérivable sur $]0, +\infty[$.

<http://ymaths.e-monsite.com/>



Les droites d'équations $x = 0$ et $y = 0$ sont asymptotes à \mathcal{C} .

La courbe \mathcal{C} passe par les points $A(1, -1)$ et $B(\frac{1}{e}, 0)$ et admet une tangente parallèle à l'axe des abscisses au point A.

1°/ En utilisant les données ci-dessus, déterminer sans justification :

a/ $f(1)$ et $f'(1)$.

b/ $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

c/ L'ensemble des solutions de chacune des inéquations $f(x) \geq 0$ et $f'(x) \geq 0$.

2°/ On admet que pour tout $x \in]0, +\infty[$, $f(x) = \frac{a + b \ln x}{x}$ où a et b sont deux nombres réels.

a/ Exprimer $f'(x)$ en fonction des réels a et b .

b/ Utiliser les résultats de la question 1° a/ pour montrer que $a = -1$ et $b = -1$.

c/ Retrouver les résultats de la question 1° c/ par le calcul.

Exercice n°3 : (8 points)

<http://ymaths.e-monsite.com/>

Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = x + \ln x$.

On désigne par C sa courbe représentative dans le plan munie d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1°/ Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu

2°/ a/ Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ puis $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$.

b/ Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x]$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu

3°/ a/ Justifier que f est dérivable sur $]0, +\infty[$ et calculer $f'(x)$ pour tout $x \in]0, +\infty[$.

b/ Dresser le tableau de variation de f .

c/ Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet dans $]0, +\infty[$ une solution unique α et vérifier que $0,5 < \alpha < 0,6$

4°/ Tracer la courbe C sur la figure 1 de la feuille annexe. (On prend : $\ln 2 \approx 0,7$)

5°/ Soit F la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $F(x) = \frac{1}{2}x^2 + x \ln x - x$

a/ Montrer que F est une primitive de f sur $]0, +\infty[$.

b/ Dresser alors le tableau de variation de F .

<http://ymaths.e-monsite.com/>

Exercice n°4 : (4 points)

Un club sportif a été créé au début de l'année 2000 et, au cours de cette année là, 140 adhérents s'y sont inscrits.

Le tableau ci-dessous donne le nombre d'adhérents de 2000 à 2005 :

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005
rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5
nombre d'adhérents y_i	140	165	220	240	260	310

Le nuage de points correspondant est indiqué sur la figure 2 de la feuille annexe.

1°/ Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage et placer le point G sur le graphique.

2°/ a/ Calculer les coordonnées du point moyen G_1 des 3 premiers points du nuage et celles du point moyen G_2 des 3 derniers points de nuages. Tracer la droite (G_1G_2) .

b/ Déterminer l'équation de la droite (G_1G_2) . Les coefficients sont arrondis à 10^{-1} près.

c/ En utilisant la droite comme droite d'ajustement du nuage, calculer le nombre d'adhérents au club sportif que l'on peut prévoir pour l'année 2007.

3°/ a/ Soit D la droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés.

Donner une équation de la droite D .

b/ En utilisant la droite D , calculer le nombre d'adhérents au club sportif que l'on peut prévoir pour l'année 2007.

<http://ymaths.e-monsite.com/>

Figure 1

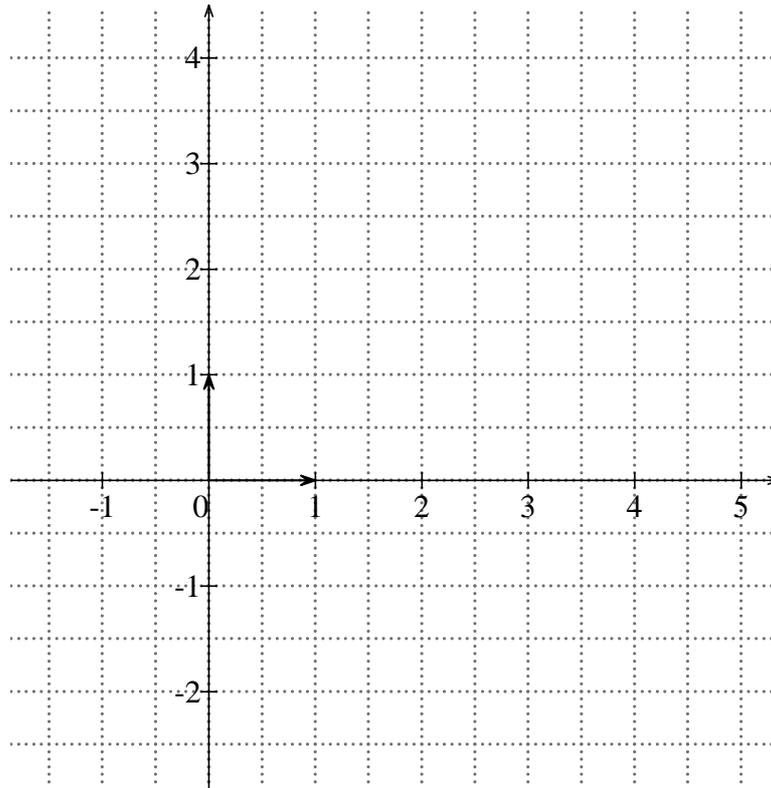


Figure 2

