| Lycée : Aguereb 2 | Devoir de contrôle n°2 | Classe : $4^{ème}$ Sc Exp 2 |
| --- | --- | --- |
| Prof : Mr Rekik | Le : 14 – 02 – 2014 | Durée : 2 Heures |

***Exercice n°1 :*** (6 points)

Soit la suite u définie sur IN par $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = \dfrac{2u_n}{\sqrt{8+u_n^2}}$ pour tout $n \in$ IN

1/ Montrer que pour tout $n \in$ IN ; $0 < u_n \leqslant 2$



2/ Montrer que la suite u est décroissante.

3/ Déduire la convergence de la suite u puis calculer sa limite.

4/ Soit la suite v définie par $v_n = 1 + \dfrac{4}{u_n^2}$

a/ Montrer que v est une suite géométrique de raison 2 puis calculer $v_0$

b/ Exprimer $v_n$ puis $u_n$ en fonction de n. Puis retrouver $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

***Exercice n°2 :*** (6points)

Soit f la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}\,(x+1)}$ et F la primitive de f sur $]0,+\infty[$ qui s'annule en 1.

On désigne par $(C)$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ du plan.

1/ a/ Montrer que f est dérivable sur $]0,+\infty[$ et que $f'(x) = -\dfrac{3x+1}{2x\sqrt{x}\,(x+1)^2}$

b/ Dresser le tableau de variation de f.

c/ Donner l'équation de la tangente T à la courbe $(C)$ au point d'abscisse 1.

d/ Tracer T et $(C)$ . (repère dans la page 2)

2/ On considère la fonction G définie sur $\left]0,\dfrac{\pi}{2}\right[$ par $G(x) = F(\tan^2 x)$.

a/ Montrer que G est dérivable sur $\left]0,\dfrac{\pi}{2}\right[$ et que $G'(x) = 2$.

b/ En déduire que pour tout $x \in \left]0,\dfrac{\pi}{2}\right[$ : $G(x) = 2x - \dfrac{\pi}{2}$

c/ Calculer $F(3)$.

***Exercice n°3 :*** (5 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

On considère les points $A(3,2,6)$ ; $B(1,2,4)$ et $C(4,-2,5)$

1/ a/ Calculer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$.

b/ En déduire que les points A, B et C ne sont pas alignés.

c/ Calculer l'aire du triangle ABC.

2/ Montrer que les points O, A, B et C ne sont pas coplanaires.

3/ Calculer le volume du tétraèdre OABC.

4/ Soit H le projeté orthogonal du point O sur le plan $(ABC)$. Montrer que $OH = \dfrac{4}{3}$.

***Feuille à rendre avec la copie***

***Nom et prénom :*** ..........................................................

***Exercice n°4 :*** (3 points)

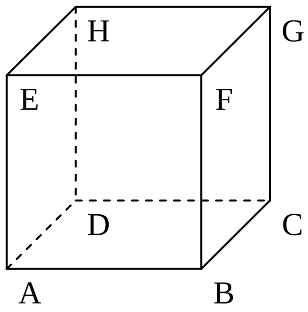
Cocher la réponse exacte.



I/ Si pour tout $n \in IN$, $u_n > 1+\frac{n}{2}$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n =$

☐ $1$ ☐ $\frac{1}{2}$ ☐ $+\infty$

II/ Dans la figure ci-contre ABCDEFGH est un cube d'arête 1.




1/ Le réel $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{FH}$ est égal à :

☐ $2$ ☐ $0$ ☐ $\sqrt{2}$

2/ Le vecteur $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$ est égal à :

☐ $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AD}$ ☐ $\overrightarrow{AC}\wedge\overrightarrow{DC}$ ☐ $\sqrt{2}.\overrightarrow{AE}$

III/ Soit la fonction g définie sur IR par $g(x)=\cos^3 x$

Une primitive G de g sur IR est définie par :

☐ $G(x)=\sin x+\frac{1}{3}\sin^3 x$ ☐ $G(x)=\sin x-\frac{1}{3}\sin^3 x$ ☐ $G(x)=\frac{1}{4}\cos^4 x$

***Exercice n°2 :***