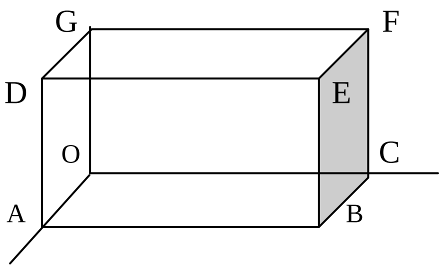
Le sujet comporte trois pages

<u>Exercice n°1 :</u> ***(7 points)***

$\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$ est un repère orthonormé direct de l'espace.



On considère le parallélépipède OABCDEFG tel que

$A(2,0,0)$, $C(0,4,0)$ et $G(0,0,3)$.

1/ a/ Justifier que le point E a pour coordonnées $E(2,4,3)$.

b/ Déterminer les composantes du vecteur $\vec{n} = \overrightarrow{GA} \wedge \overrightarrow{GE}$

c/ Calculer l'aire du triangle AGE.

d/ Montrer qu'une équation du plan $P = (AGE)$ est : $6x - 3y + 4z - 12 = 0$

2/ Soit $M(2\alpha, 4\alpha, 3\alpha)$ un point de l'espace tel que α un réel distinct de 1.

a/ Vérifier que M appartient à la droite (OE) et que M n'appartient pas au plan P.

b/ Calculer le volume du tétraèdre OAGE.

c/ Exprimer en fonction de α le volume V du tétraèdre MEGA.

d/ Déterminer α pour que le volume V soit égal au volume du parallélépipède OABCDEFG.

<u>Exercice n°2 :</u> **(8 *points*)**

A/ Soit f la fonction définie sur $[0,1]$ par $f(x) = \dfrac{1}{1+\sqrt{1-x^2}}$

On désigne par (C) la courbe de f dans un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ (On prendra pour unité graphique 6 cm).

1/ a/ Etudier la dérivabilité de f à gauche en 1 et interpréter le résultat graphiquement.

b/ Montrer que pour tout $x \in [0,1[$: $f'(x) = \dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}\left(1+\sqrt{1-x^2}\right)^2}$.

2/ Dresser le tableau de variations de f.

3/ Tracer la courbe (C).

B/ Soit F la primitive de f sur $[0,1]$ qui s'annule en 0 et G la fonction définie sur $\left[0, \dfrac{\pi}{4}\right]$

par $G(x) = F(\sin 2x)$.

1/ a/ Montrer que G est dérivable sur $\left[0, \dfrac{\pi}{4}\right]$ et que pour tout $x \in \left[0, \dfrac{\pi}{4}\right]$: $G'(x) = \dfrac{2\cos(2x)}{1+\cos(2x)}$

b/ En déduire que pour tout $x \in \left[0, \dfrac{\pi}{4}\right]$: $G(x) = 2x - \tan x$

2/ a/ Calculer $F(1)$.

b/ Calculer alors en cm² l'aire de la région du plan limitée par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$.

***__Exercice n°3 :__* (5 points)**

La courbe C dans l'annexe est d'une fonction f définie sur $[1,2[$; f est dérivable en $\frac{3}{2}$ et $f'\left(\frac{3}{2}\right)=2$

1/ a/ Déterminer $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to 1^+} \frac{f(x)}{x-1}$.

b/ Dresser le tableau de variation de f.

2/ a/ Justifier que f admet une fonction réciproque f^{-1} et préciser son ensemble de définition J.

b/ Déterminer $\lim\limits_{x\to 0^+} \frac{f^{-1}(x)-1}{x}$.

c/ Déterminer $f^{-1}(1)$ puis calculer $\left(f^{-1}\right)'(1)$.

3/ Construire dans l'annexe la courbe C' de la fonction f^{-1}.

4/ La fonction f est définie sur $[1,2[$ par $f(x)=\sqrt{\frac{1-x}{x-2}}$

a/ Expliciter $f^{-1}(x)$ pour $x \in J$.

b/ Déterminer la fonction dérivée de f^{-1} puis retrouver $\left(f^{-1}\right)'(1)$

Annexe (A rendre avec la copie)

Nom et prénom : …………………………………………….. **Classe :** ………………….