Lycée Aguereb 2	Classe : 3ième Sc exp	Prof : Mr Rekik Sabeur	
Devoir de contrôle n°3 **(Mathématiques)**		**Date :** 10 / 05 / 2014	**Durée :** 2 H

Exercice n°1 : (2 points)

Pour chaque question, une seule des trois propositions est exacte. L'élève indiquera sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

1/ Si z est un nombre complexe non réel alors $Im(iz)$ est :

a/ $Im(z)$ b/ $Ré(z)$ c/ $-Im(z)$

2/ Si z est un nombre complexe non nul d'argument $\frac{\pi}{3}$ alors un argument de $i\bar{z}$ est :

a/ $-\frac{\pi}{3}$ b/ $\frac{\pi}{3}$ c/ $\frac{\pi}{6}$

3/ La dérivée de la fonction $x \mapsto 2(1-x)^3$ est la fonction :

a/ $x \mapsto -6(1-x)^2$ b/ $x \mapsto 6(1-x)^2$ c/ $x \mapsto -2(1-x)^2$

4/ Le plan est muni d'un repère orthogonal $(O,\vec{i},\vec{j})$

La parabole P d'équation $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x$ a pour axe de symétrie la droite d'équation :

a/ $x = 2$ b/ $x = -2$ c/ $y = 2$

Exercice n°2 : (7 points)

Soit la fonction f définie sur IR par : $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$

On désigne par C_f la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$

1/ Dresser le tableau de variation de f.

2/ a/ Montrer que la point $I(2,2)$ est un centre de symétrie de C_f .

On rappelle que : $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

b/ Ecrire une équation de la tangente T à C_f au point I.

c/ Etudier la position relative de la courbe C_f par rapport à la tangente T.

3/ Tracer T et C_f .

4/ Soit la fonction g définie par : $g(x) = |x-1|^3 - 3x^2 + 6x + 1$ et C_g sa représentation graphique.

a/ Montrer que la droite $\Delta : x = 1$ est un axe de symétrie de C_g .

b/ Vérifier que si $x \in [1,+\infty[$ on a : $g(x) = f(x)$

c/ Utiliser C_f pour tracer la courbe C_g . (On admet que g est dérivable en 1 et que $g'(1) = 0$)

Exercice n°3 : (7 points)

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$, on donne les points A et B d'affixes respectives $z_A = \sqrt{2} + i\sqrt{6}$ et $z_B = 2 - 2i$

1/ a/ Ecrire z_A sous la forme trigonométrique.

b/ Placer les points A et B dans le plan complexe.

2/ Calculer la distance OB, en déduire la nature du triangle OAB.

3/ Déterminer chacun des ensembles suivant :

$E = \left\{ M(z) / \left| z \right| = \left| z - 2 + 2i \right| \right\}$; $F = \left\{ M(z) / \left| iz - 2 - 2i \right| = 2\sqrt{2} \right\}$

4/ On considère le nombre complexe $Z = \dfrac{z_A}{z_B}$

a/ Ecrire Z sous la forme algébrique.

b/ Ecrire z_B puis Z sous la forme trigonométrique.

c/ En déduire la valeur exacte de $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$.

Exercice n°4 : (4 points)

L'espace est muni d'un repère cartésien $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

I/ On considère les points $A(2,3,0)$; $B(3,2,1)$ et $C(2,1,2)$.

1/ Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.

2/ Déterminer les coordonnées du point D pour que ABDC soit un parallélogramme.

II/ On donne les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} m \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ où $m \in IR$; $\vec{v}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

1/ Déterminer le réel m pour que les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ soient coplanaires.

2/ On pose $m = 0$.

a/ Justifier que $\left(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\right)$ est une base de l'ensemble des vecteurs de l'espace.

b/ Déterminer les coordonnées du point A dans le repère $\left(O, \vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\right)$.