Lycée : 9 avril 1938	***Devoir de contrôle n°3***	*Classe : 3ème Sc Exp 1*
◈◈◈◈◈	*Le : 17 – 03 – 2018*	*Durée : 2 heures*

Exercice n°1 : *(4 points)*

1/ Soit la fonction f définie sur IR par $f(x)=-\frac{1}{2}x^2+ax+b$

Déterminer les réels a et b pour que f admet un extremum en 1 égal à $\frac{1}{2}$.

2/ Dans la suite de l'exercice, on donne $a=1$ et $b=0$ $\left(f(x)=-\frac{1}{2}x^2+x\right)$

Soit g la fonction définie sur IR par $g(x)=\begin{cases} f(x) & \text{si } x\le 0 \\ \dfrac{4x}{x^2+4} & \text{si } x>0 \end{cases}$

a/ Montrer que g est dérivable en 0 et que $g'(0)=1$.

b/ Justifier que g est dérivable sur IR et calculer $g'(x)$ pour tout x de IR

c/ Dresser le tableau de variation de g. En déduire que pour tout réel x on a $g(x)\le 1$

Exercice n°2 : *(7 points)*

Soit la fonction f définie sur IR par : $f(x)=x^3-6x^2+9x$

On désigne par C_f la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$

1/ Dresser le tableau de variation de f.

2/ a/ Montrer que la point $I(2,2)$ est un centre de symétrie de C_f .

On rappelle que : $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

b/ Ecrire une équation de la tangente T à C_f au point I.

c/ Etudier la position relative de la courbe C_f par rapport à la tangente T.

3/ La courbe C_f admet-elle une (des) tangente(s) parallèle(s) à la droite d'équation $y=9x+\sqrt{2}$?

En quels points ?

4/ Tracer T et C_f .

5/ Soit la fonction g définie par $g(x)=|x-2|(x^2-4x+1)$ et C_g sa représentation graphique.

a/ Montrer que la droite $\Delta : x=2$ est un axe de symétrie de C_g .

b/ Vérifier que si $x\in[2,+\infty[$ on a : $g(x)=f(x)-2$

c/ Utiliser C_f pour tracer la courbe C_g .

Exercice n°3 : *(5 points)*

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$ d'unité graphique : 2 cm.

Soient I, J et K les points d'affixes respectives z_I, z_J et z_K telles que $z_I=2i$,

z_J est le nombre complexe de module 2 et d'argument $\frac{3\pi}{4}$ et $z_K=-z_J$

1/ Placer les points I, J et K dans le plan complexe.

2/ Donner la forme algébrique de z_J.

3/ a/ Quelle est la nature du triangle IJK ? Justifier.

b/ Donner le rayon du cercle $\mathscr{C}$ circonscrit au triangle IJK.

4/ a/ Déterminer l'ensemble E des points M d'affixe z tel que : $\left|\overline{z}+2i\right|=1$

b/ Déterminer l'ensemble F des points M d'affixe z tel que : $\left|iz+2\right|=\left|z+\sqrt{2}-i\sqrt{2}\right|$

Exercice n°4 : *(4 points)*

Soit $z_1=2+2i\sqrt{3}$ et $z_2=\overline{z_1}$

1/ Ecrire z_1 et z_2 sous forme trigonométrique.

2/ Soit $Z=\dfrac{z_1}{1+i}$

a/ Déterminer le module et un argument de $1+i$

b/ Ecrire Z sous forme trigonométrique.

c/ Ecrire Z sous forme algébrique.

d/ En déduire les valeurs exactes de $\cos\left(\dfrac{\pi}{12}\right)$ et de $\sin\left(\dfrac{\pi}{12}\right)$.

BON TRAVAIL