Lycée : 7 / 11 / Métouia	Devoir de contrôle n°3	Classes : 3ème Math 1 et 2
Prof : Mr.Saada et Mr Rekik	Le : 05 / 05 / 2008	Durée : 2 Heures

Exercice n°1 : (7 points)

Les questions 1/ , 2/ , 3/ et 4/ sont indépendantes.

1/ Montrer par récurrence que pour tout entier naturel : $3^{2n+1} + 2^{n+2}$ est divisible par 7.

2/ Soit x et y deux entiers naturels.

Les restes de la division euclidienne de x et de y par 11 sont respectivement 2 et 7.

a/ Déterminer les restes de la division euclidienne de $x + y$ et de $x - y$ par 11.

b/ En déduire le reste de la division euclidienne de $x^2 - y^2$ par 11.

3/ Déterminer les couples d'entiers naturels (a, b) solutions du système : $\begin{cases} a + b = 176 \\ a \wedge b = 16 \end{cases}$

4/ Soient n et p deux entiers naturels, on désigne par $A = 9n + 4p$ et $B = 2n + p$

a/ Calculer $9B - 2A$ et $A - 4B$ et on déduire que : $A \wedge B = n \wedge p$

b/ Déterminer les valeurs possible du P.G.C.D de $9n + 60$ et $2n + 15$

c/ Montrer que la fraction $F = \dfrac{9n + 4}{2n + 1}$ est irréductible.

Exercice n°2 : (3 points)

Soit la suite U définie, pour tout $n \in IN^*$ par : $U_n = \dfrac{2n - 1}{n^2}$

1/ Etudier le sens de variation de U.

2/ Montrer que pour tout $n \in IN^*$; $0 < U_n \leq 1$

3/ Déterminer la limite de U quand n tend vers $+\infty$.

Exercice n°3 : (5 points)

Soit U la suite défini sur IN par : $U_0 = 10$ et $U_{n+1} = \frac{2}{3} U_n + 1$

Appelons C la courbe représentative d'équation $y = \frac{2}{3}x + 1$ dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

et Δ la droite d'équation $y = x$

1/ a/ Tracer C et Δ puis représenter graphiquement U_0, U_1, U_2, U_3 et U_4

b/ Quelle conjecture peut – on formuler quant à la convergente de la suite U ?

2/ Soit (V_n) la suite définie sur IN par : $V_n = U_n - 3$

a/ Montrer que V est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

b/ Exprimer V_n puis U_n en fonction de n. En déduire la limite de U_n en $+\infty$.

Exercice n°4 : (5 points)

Soit f la fonction définie $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \sin(2x + \dfrac{\pi}{6})$

On appelle C la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1/ a/ Donner une période de f.

b/ Montrer que la droite Δ d'équation $x = \dfrac{\pi}{6}$ est un axe de symétrie de $\mathcal{C}$.

c/ En déduire qu'il suffit d'étudier f sur $\left[-\dfrac{\pi}{3}, \dfrac{\pi}{6}\right]$

2/ Dresser le tableau de variation de f sur $\left[-\dfrac{\pi}{3}, \dfrac{\pi}{6}\right]$.

3/ Tracer la partie C_0 de C correspondante à l'intervalle $\left[-\dfrac{\pi}{3}, \dfrac{7\pi}{6}\right]$.