Lycée : Aguereb 2	Devoir de contrôle n°3	Classe : 4ème Sc Exp 2
Prof : Mr Rekik	Le : 18 – 04 – 2015	Durée : 2 Heures

Exercice n°1 : (2 points)

Pour chaque question, une seule des trois propositions est exacte. L'élève indiquera sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée.

1/ $\int_{-1}^{1} \frac{x^2}{1+x^2} dx =$

a/ 0 b/ $2\int_{0}^{1} \frac{x^2}{1+x^2} dx$ c/ -1

2/ La fonction $f : x \mapsto \ln\left(e^{(2x-1)} - 1\right)$ est définie sur :

a/ $\left]\frac{1}{2}, +\infty\right[$ b/ $\left]\frac{3}{2}, +\infty\right[$ c/ $\left]\frac{1+\ln 2}{2}, +\infty\right[$

3/ L'intégrale $I = \int_{1}^{e} \ln(x)\, dx$ est égale à :

a/ 1 b/ e c/ $1-e$

4/ Une primitive sur IR de la fonction $x \mapsto \frac{x}{x^2+1}$ est

a/ $x \mapsto \frac{1}{2}\ln\left(x^2+1\right)$ b/ $x \mapsto \ln\left(x^2+1\right)$ c/ $x \mapsto 2\ln\left(x^2+1\right)$

Exercice n°2 : (8 points)

PARTIE A

Soit g la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $g(x) = 1 - x^2 - \ln x$

1/ Dresser le tableau de variation de la fonction g.

2/ Calculer $g(1)$ puis déduire le signe de $g(x)$.

PARTIE B

Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = \frac{\ln x}{2x} - \frac{x}{2} + 1$

On note C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ du plan.

1/ a/ Calculer la limite de f en 0. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

b/ Calculer la limite de f en + ∞.

c/ Montrer que la droite D d'équation $y = -\frac{x}{2} + 1$ est asymptote à la courbe C_f en + ∞.

d/ Etudier la position relative de la courbe C_f et de la droite D.

2/ a/ Montrer que f est dérivable sur $]0, +\infty[$ et que pour tout $x \in]0, +\infty[$, $f'(x) = \frac{g(x)}{2x^2}$

b/ Dresser le tableau de variation de la fonction f.

3/ Tracer la droite D et la courbe C_f .

Exercice n°3 : (5 points)

Soit la fonction f définie sur IR par $f(x)=e^x(1-e^x)$

On désigne par C la courbe de f dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1/ a/ Calculer $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

b/ Calculer $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ et interpréter graphiquement le résultat obtenu.

2/ Dresser le tableau de variation de f.

3/ Tracer la courbe C. $\left(\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=2\text{ cm}\right)$

4/ Soit $\lambda<0$. On note $\mathcal{A}(\lambda)$ l'aire de la partie du plan limitée par C, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=0$ et $x=\lambda$.

Déterminer $\lim_{\lambda\to-\infty} \mathcal{A}(\lambda)$.

Exercice n°4 : (5 points)

On considère dans l'espace muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, les points $A(1,1,2)$, $B(0,1,0)$ et $C(2,0,2)$.

1/ a/ Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$ puis déduire que les points A, B et C non alignés.

b/ Montrer que l'équation cartésienne du plan (ABC) est : $2x+2y-z-2=0$

2/ Soit $\mathscr{D}$ la droite de représentation paramétrique $\begin{cases} x=-1-4\alpha \\ y=1-4\alpha \\ z=-2+2\alpha \end{cases}$; $\alpha\in IR$.

a/ Montrer que la droite $\mathscr{D}$ est perpendiculaire au plan (ABC).

b/ Déterminer les coordonnées du point H intersection de la droite $\mathscr{D}$ et du plan (ABC).

3/ Soit (S) l'ensemble des point $M(x,y,z)$ tels que $x^2+y^2+z^2-2x-6y+6z+1=0$

a/ Montrer que (S) est une sphère de centre $I(1,3,-3)$ et de rayon $R=3\sqrt{2}$.

b/ Montrer que le plan (ABC) coupe (S) suivant un cercle (C) de centre H et de rayon $r=3$.

BON TRAVAIL