

***** Lycée 9 Avril 1938 *****		Prof : Rekik Sabeur
Devoir de contrôle n°3 (2 Heures)		
Année scolaire : 2018 - 2019	Le : 02 / 05 / 20019	Classe : 4 ^{ème} Sc 2

Le sujet comporte deux pages

Exercice n°1 : (3 points)

<http://ymaths.e-monsite.com/>

Indiquer la réponse correcte :

1/ La solution f de l'équation différentielle $y' + 2y = 6$ telle que $f(0) = 1$ est définie sur $\mathbb{R}$ par :

a/ $f(x) = -2e^{-2x} + 3$ b/ $f(x) = -2e^{2x} + 3$ c/ $f(x) = -2e^{-2x} - 3$

2/ La solution de l'équation différentielle $y'' + 4\pi^2 y = 0$ telle que $f(1) = 1$ et $f'(1) = 2\pi$ est définie sur $\mathbb{R}$ par :

a/ $f(x) = \sin(2\pi x) + \cos(2\pi x)$ b/ $f(x) = \sin(4\pi x) + \cos(4\pi x)$ c/ $f(x) = \sin(2\pi x) - \cos(2\pi x)$.

3/ Si A et B deux événements indépendants tel que $p(A) = 0,3$ et $p(B) = 0,7$ alors :

a/ $p(A \cup B) = 1$ b/ $p(A \cup B) = 0,79$ c/ $p(A/B) = 0,7$

4/ Une variable aléatoire X prend pour valeurs $(-2), 2$ et m ($m \in \mathbb{R}$).

Si $p(-2) = \frac{5}{12}$, $p(2) = \frac{1}{4}$, $p(m) = \frac{1}{3}$ et $E(X) = 0$ alors :

a/ $m = 0$ b/ $m = 1$ c/ $m = -1$

Exercice n°2 : (8 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{3}{1 + e^{3x}}$

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1/ a/ Déterminer la limite de f en $+\infty$ et en $-\infty$. Interpréter graphiquement les résultats obtenus

b/ Dresser le tableau de variation de f .

2/ a/ Montrer que $A\left(0, \frac{3}{2}\right)$ est un point d'inflexion de (C) .

b/ Donner une équation de la tangente T à (C) au point A .

c/ Tracer T et (C) .

3/ a/ Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J que l'on précisera.

b/ Tracer (C') la courbe de f^{-1} sur le même repère que (C) .

c/ Expliciter $f^{-1}(x)$ pour tout $x \in J$.

4/ Soit λ un réel strictement positif et $F(\lambda) = \int_0^\lambda f(t) dt$.

a/ Interpréter géométriquement $F(\lambda)$.

b/ Vérifier que pour tout réel x : $f(x) = \frac{3e^{-3x}}{e^{-3x} + 1}$ et en déduire que $F(\lambda) = \ln\left(\frac{2}{1 + e^{-3\lambda}}\right)$

c/ Calculer la limite de $F(\lambda)$ en $+\infty$.

<http://ymaths.e-monsite.com/>

Exercice n°3 : (4 points)

On considère l'équation différentielle (E) : $y' - y = (x \ln x)e^x$ pour tout $x \in]0, +\infty[$

1/ Résoudre l'équation différentielle (E') : $y' - y = 0$

2/ Soit g une fonction définie sur $]0, +\infty[$ et h la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $h(x) = g(x)e^x$

a/ Déterminer $g'(x)$ pour que h soit une solution de (E).

b/ Déterminer alors $g(x)$ tel que $g(1) = 0$.

3/ a/ Montrer que f est une solution de (E) si et seulement si $f - h$ est une solution de (E').

b/ En déduire alors les solutions de l'équation (E).

Exercice n°4 : (5 points)

Pour prévenir l'extension d'une épidémie virale on décide de soumettre la population à un test. D'une façon générale le résultat d'un test est positif pour les porteurs de virus, négatif pour les personnes qui ne sont pas atteintes, mais il y a des exceptions.

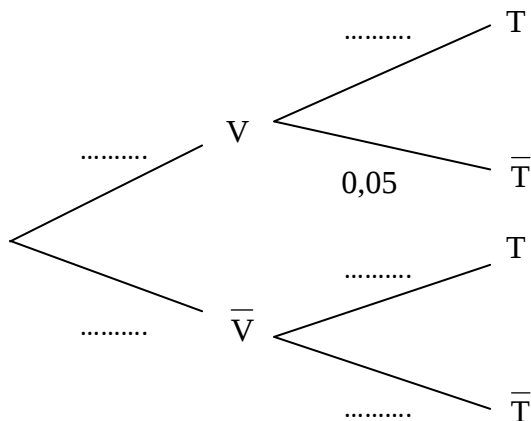
On choisit un individu X au hasard et on considère les événements suivants :

- ❖ V : « X est porteur du virus »
- ❖ $\bar{V}$: « X n'est pas porteur du virus »
- ❖ T : « Le test appliqué à X est positif »
- ❖ $\bar{T}$: « Le test appliqué à X est négatif »

On admet que :

- ✓ Il y a 10 % de la population qui est porteuse du virus.
- ✓ Dans 5 % des cas le test appliqué à un individu qui est porteur du virus est négatif
- ✓ Dans 3 % des cas le test appliqué à un individu qui n'est pas porteur du virus est positif

1/ Recopier et compléter l'arbre suivant :



2/ a/ Calculer les probabilités des événements :

- « X est porteur du virus **et** le test appliqué à X est positif »
- « X n'est pas porteur du virus **et** le test appliqué à X est positif »

b/ En déduire la probabilité de T puis celle de $\bar{T}$.

3/ a/ Calculer la probabilité pour que X soit porteur du virus **et** que le test soit négatif.

b/ En déduire la probabilité pour que X soit porteur du virus **sachant** que le test appliqué à X est négatif.