

Lycée Aguerreb 2	Classe : 3^{ème} Sc Expérimentale	Prof : Mr Rekik Sabeur	
Devoir de synthèse n°1 (Mathématiques)		Date : 05 / 12 / 2013	Durée : 2 H

Exercice n°1 : (2,5 points)

<http://ymaths.e-monsite.com/>

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 - \sqrt{x^2 + 1}$

1/ Justifier la continuité de f sur $\mathbb{R}$.

2/ Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet au moins une solution α dans $[0, 1]$.

3/ Donner un encadrement de α d'amplitude 0,25.

Exercice n°2 : (5 points)

1/ Déterminer un prolongement par continuité des fonctions f et g suivantes en a :

$$a/ f(x) = \frac{2x^2 - x - 6}{x^2 - 4} \quad ; \quad a = 2$$

$$b/ g(x) = \frac{\sqrt{3-x} - 2}{x+1} \quad ; \quad a = -1$$

$$2/ \text{ Soit } h(x) = \frac{(x-2)|x|}{x^2 + 2x}$$

a/ Déterminer l'ensemble de définition de h .

b/ Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} h(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 0^-} h(x)$

c/ h est-elle prolongeable par continuité en 0 ?

Exercice n°3 : (5,5 points)

$$\text{Soit la fonction } f \text{ définie sur } \mathbb{R} \text{ par } f(x) = \begin{cases} -\frac{3x}{2} + \frac{x-2}{x^2+1} & \text{si } x < 1 \\ \frac{2x^3 - 3x + 1}{x-1} & \text{si } x > 1 \\ -2 & \text{si } x = 1 \end{cases}$$

1/ a/ Calculer la limite de f à gauche en 1.

b/ En déduire que f est continue à gauche en 1.

2/ a/ Vérifier que pour tout réel x on a : $2x^3 - 3x + 1 = (x-1)(2x^2 + 2x - 1)$

b/ Etudier alors la continuité de f à droite en 1.

3/ La fonction f est-elle continue en 1.

4/ Etudier la continuité de f sur chacun des intervalles $]-\infty, 1[$ et $]1, +\infty[$

Exercice n°4 : (3 points)<http://ymaths.e-monsite.com/>

Soit ABC un triangle tel que : $AC = 4\sqrt{2}$; $BC = 6$ et $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 24$

1/ a/ Calculer $\cos(\widehat{ACB})$. En déduire $\widehat{ACB}$

b/ En utilisant les formules d'El kashi, calculer la distance AB .

2/ Soit I le milieu du segment [AB].

a/ Montrer que pour tout point M du plan on a : $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = MI^2 - \frac{AB^2}{4}$

c/ En déduire l'ensemble E des points M du plan tels que : $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 4$

Exercice n°5 : (4 points)

Soit A et B deux points du plan tels que $AB = 3$, I le barycentre des points pondérés (A,1) et (B,2) .

C est le point de la perpendiculaire à la droite (AB) en I tel que $IC = 2$.

1/ Soit E l'ensemble des points M du plan tels que : $\overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA} + 2 \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$.

Déterminer E.

2/ a/ Montrer que $CA^2 + 2CB^2 = 18$.

b/ Montrer que pour tout $M \in P$, on a : $MA^2 + 2MB^2 - 3MC^2 = 18 + 6 \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{CI}$

c/ En déduire l'ensemble F des points M du plan tels que : $MA^2 + 2MB^2 - 3MC^2 = 42$

<http://ymaths.e-monsite.com/>**BON TRAVAIL**