

Lycée : 9 avril 1938	Devoir de synthèse n°1	Classes : 3 ^{ème} Sc Exp 1+2
◆◆◆◆◆	Le : 24 – 01 – 2018	Durée : 2 heures

Le sujet comporte trois pages

Exercice n°1 : (3,5 points)

Dans l'annexe ci-jointe (Figure 1), on a représenté dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ la courbe (C) d'une fonction f.

<http://ymaths.e-monsite.com/>

✓ (C) admet trois asymptotes D, Δ et Δ' .

✓ T est la tangente à (C) en A(2, 2).

1/ Par lecture graphique et en utilisant les renseignements fournis :

a/ Déterminer D_f l'ensemble de définition de f.

b/ Déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x)$

c/ Ecrire les équations des asymptotes.

2/ a/ Déterminer $f'(2)$, $f'(3)$, $f'_d(-1)$ et $f'_g(-1)$

b/ Ecrire une équation de T.

Exercice n°2 : (7,5 points)

A/ Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{1-x^2}{x^2+4x+3}$

1/ Déterminer D_f l'ensemble de définition de f.

2/ Montrer que f est prolongeable par continuité en -1.

3/ Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. Interpréter graphiquement les résultats obtenus.

4/ Etudier $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$ puis interpréter graphiquement les résultats obtenus.

B/ Soit g la fonction définie par $g(x) = \begin{cases} f(x) & \text{si } x < -1 \\ \sqrt{x^2+3}+x & \text{si } x \geq -1 \end{cases}$

1/ Vérifier que $D_g = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$.

<http://ymaths.e-monsite.com/>

2/ Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x}$.

3/ Montrer que la droite $\Delta : y = 2x$ est une asymptote à (C_g) au voisinage de $+\infty$.

4/ Etudier la dérivabilité de g à droite en -1. Interpréter le résultat graphiquement.

5/ Etudier la dérivabilité de g à gauche en -1. Interpréter le résultat graphiquement.

Exercice n°3 : (3 points)<http://ymaths.e-monsite.com/>

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

On considère les points A et B dont les coordonnées polaires sont $A(1, 0)$ et $B\left(1, \frac{2\pi}{3}\right)$.

On considère également le point C dont les coordonnées cartésiennes sont $C\left(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

- 1/ Préciser, sans justification les coordonnées cartésiennes de A.
- 2/ Déterminer les coordonnées cartésiennes de B.
- 3/ Déterminer les coordonnées polaires de C.
- 4/ Justifier que les points A, B et C sont sur un même cercle dont on précisera le centre et le rayon.
- 5/ Placer, précisément, les points A, B et C dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. (Sur la figure 2 de la page 3)
- 6/ Quelle est la nature du triangle ABC ? Justifier.

Exercice n°4 : (6 points)

Soit $f(x) = \cos(3\pi + x) + 3\cos(-x) + \sin\left(x + \frac{3\pi}{2}\right) + \sin(20\pi - x)$; $x \in \mathbb{R}$

- 1/ a/ Montrer que $f(x) = \cos x - \sin x$.
b/ En déduire que $f(x) = \sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.
- 2/ Calculer $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$, en déduire $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$.
- 3/ Résoudre, dans $\mathbb{R}$, puis dans $[0, 2\pi[$, l'équation $f(x) = 1$.
- 4/ Résoudre, dans $[0, 2\pi[$, l'inéquation $f(x) \geq 1$.
- 5/ Soit $g(x) = 1 + \cos 2x - \sin 2x$
 - a/ Montrer que $g(x) = 2\sqrt{2} \cos x \cdot \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$
 - b/ Résoudre, dans $[0, 2\pi[$, l'inéquation $g(x) \geq 2 \cos x$.

<http://ymaths.e-monsite.com/>

Feuille annexe à rendre avec la copie

Nom : Prénom :

Figure 1 :

<http://ymaths.e-monsite.com/>

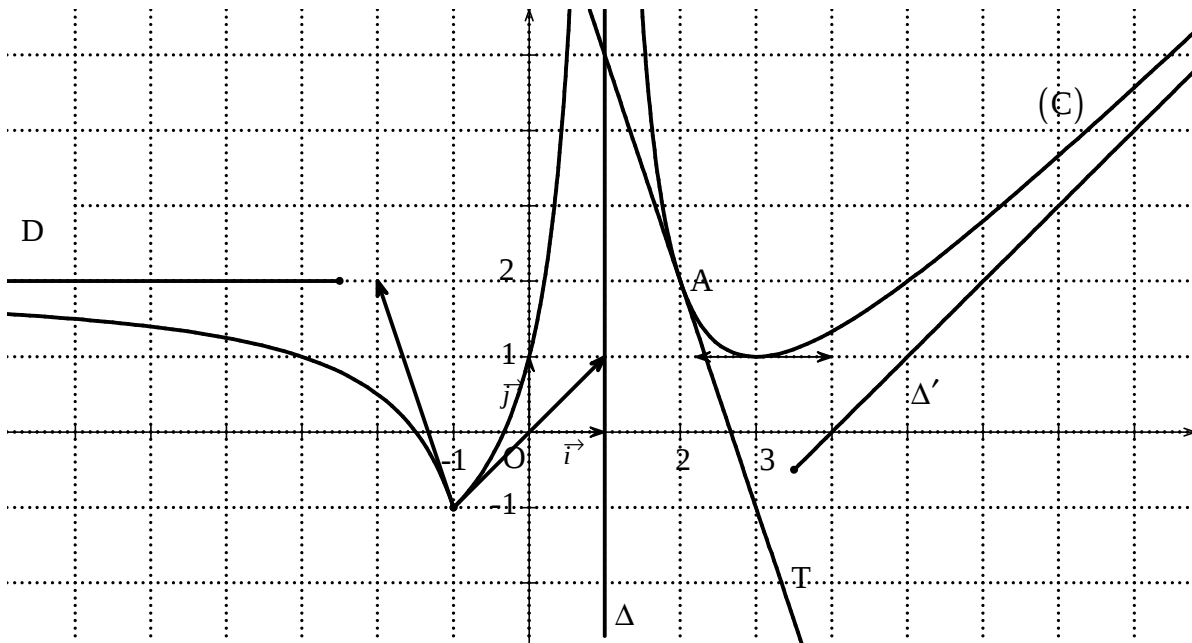
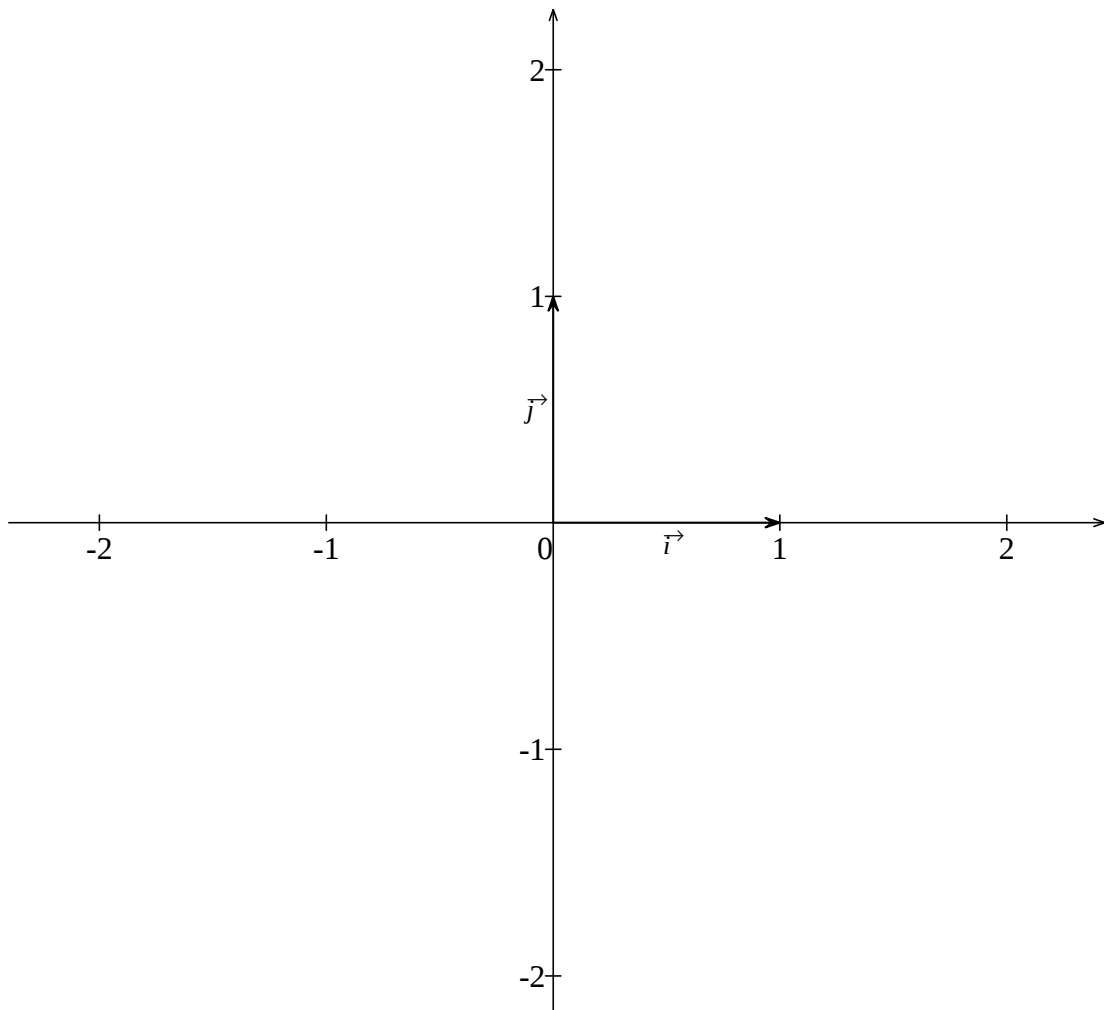


Figure 2



<http://ymaths.e-monsite.com/>