Lycée : 7 / 11 / Aguereb	Devoir de synthèse n°1	Classe : $3^{ème}$ Sc. Informatiques
Prof : Mr Rekik Sabeur	Le : 12 / 12 / 2008	Durée : 2 Heures

Exercice n°1 : (4 points)

Soit (U_n) une suite arithmétique définie sur $\mathbb{N}$ tel que $U_2+U_3+U_4=15$ et $U_6=20$.

1/ Calculer son premier terme U_0 et sa raison r.

2/ Soit la somme $S_n=U_0+U_1+U_2+\cdots\cdots+U_n$ avec $n\in\mathbb{N}$

a/ Montrer que $S_n=\dfrac{5(n+1)(n-4)}{2}$

b/ Déterminer l'entier naturel n pour lequel $S_n=35$.

Exercice n°2 : (3 points)

Soit f la fonction définie par $\begin{cases} f(x)=\dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x} & \text{si } x\neq 0 \\ f(0)=m \quad (m\in\mathbb{R}) & \end{cases}$

1/ Déterminer l'ensemble de définition D_f de f.

2/ a/ Montrer que pour tout $x\in D_f\setminus\{0\}$; $f(x)=\dfrac{2}{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}$

b/ Déterminer le réel m pour que f soit continue en 0.

Exercice n°3 : (6 points)

Soit g la fonction définie par $g(x)=\begin{cases} x^3-2x & \text{si } x<1 \\ \dfrac{x-3}{x+1} & \text{si } x\geq 1 \end{cases}$

On désigne par $\mathscr{C}_g$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ du plan.

1/ Vérifie que g est définie sur $\mathbb{R}$.

2/ Montrer que g est continue en 1.

3/ Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$. Interpréter graphiquement le résultat.

4/ Montrer que la courbe $\mathscr{C}_g$ admet une branche parabolique de direction $(O, \vec{j})$ au voisinage de $-\infty$.

5/ a/ Montrer que g est dérivable en 2 et déterminer $g'(2)$.

b/ Ecrire une équation de la tangente T à $\mathscr{C}_g$ en son point d'abscisse 2.

Exercice n°4 : (7 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ par $f(x)=\dfrac{-2x^2+3x}{x-1}$

On désigne par $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé du plan.

1/ Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

En déduire que la courbe $\mathscr{C}$ de f admet une asymptote verticale Δ dont on donnera une équation.

2/ a/ Déterminer trois réels a, b et c tels que pour tout $x\in\mathbb{R}\setminus\{1\}$; $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x-1}$

b/ En déduire que la droite $\mathscr{D}$: $y=-2x+1$ est une asymptote oblique à $\mathscr{C}$ au voisinage de $+\infty$ et de $-\infty$.

c/ Etudier, suivant les valeurs de x, la position de $\mathscr{C}$ par rapport à $\mathscr{D}$.

3/ Montrer que le point $\Omega(1,-1)$ est un centre de symétrie de $\mathscr{C}$.

BON TRAVAIL