Lycée 7 novembre Métouia	Classes : 3èmes techniques 1et2	Prof : Mr. REKIK. S
DEVOIR DE SYNTHESE N°1 EN MATHEMATIQUES		Date : 06 / 12 / 2006
		Durée : 2 Heures

Exercice n°1 : (9 points)

Soit f la fonction définie par $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x}{x-1} & \text{si } x \le 0 \\ x^2-x & \text{si } 0 < x < 2 \\ 2\sqrt{x-1} & \text{si } x \ge 2 \end{cases}$

On désigne par (C_f) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1°) Déterminer le domaine de définition de f.

2°) Montrer que f est continue sur $\mathbb{R}$.

3°) a) Montrer que f est dérivable en 0.

b) Ecrire l'équation de la tangente D à (C_f) en son point A d'abscisse 0.

4°) Etudier la dérivabilité de f en 2. Interpréter graphiquement les résultats obtenus.

5°) Soit $x_0 \in]0, 2[$.

a) Montrer que $f'(x_0) = 2x_0 - 1$.

b) Déterminer le point M_0 de (C_f) d'abscisse $x_0 \in]0, 2[$ où la tangente à (C_f) est parallèle à la droite Δ d'équation $y = x - 4$

Exercice n°2 : (5 points)

Les questions 1°) , 2°) et 3°) sont indépendantes.

1°) Montrer que : $\sin(3\pi + x) + \cos(4\pi + x) - \cos(\frac{\pi}{2} - x) + \sin(\frac{3\pi}{2} + x) = -2\sin x$

2°) Soit $f(x) = \sin x \cos^3 x - \sin^3 x \cos x$

a) Montrer que pour tout réel x on a : $f(x) = \frac{1}{4}\sin(4x)$

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $f(x) = \frac{\sqrt{2}}{8}$

3°) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $2\sin^2 x + 3\sin x - 5 = 0$.

Exercice n°3 : (6 points)

1°) a) Montrer que pour tout réel x on a : $\cos(2x) + \sin(2x) = \sqrt{2}\cos(2x - \frac{\pi}{4})$

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ puis dans $]-\pi, \pi]$ l'équation : $\cos(2x) + \sin(2x) = 1$

2°) Soit $f(x) = 1 - \cos(4x) + \sin(4x)$

a) Calculer $f(\frac{\pi}{24})$.

b) Montrer que pour tout réel x ; $f(x) = 2\sqrt{2}\sin(2x)\cos(2x - \frac{\pi}{4})$

c) Calculer alors $f(\frac{\pi}{24})$. En déduire que $\sin\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

BON TRAVAIL