

Lycée : 9 avril 1938	<b>Devoir de synthèse n°1</b>	Classe : 4 <sup>ème</sup> éco et ges
◆◆◆◆◆	Le : 04 – 01 – 2017	Durée : 2heures

*Le sujet comporte trois pages*

**Exercice n°1 : (4 points)**

Dans la **figure 1** de l'annexe ci-jointe, on a représenté la courbe C d'une fonction f définie sur  $]0, +\infty[$  ; f est dérivable en 1 et  $f'(1) = \frac{2}{3}$ .

- La courbe C admet une asymptote d'équation  $y = 1$  au voisinage de  $+\infty$ .

*Par lecture graphique :*

1/ Déterminer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

<http://ymaths.e-monsite.com/>

2/ Déterminer  $f(0)$  et  $f'_d(0)$ .

3/ Montrer que f réalise une bijection de  $]0, +\infty[$  sur un intervalle J que l'on déterminera.

4/ Montrer que  $f^{-1}$  est dérivable en 0 et calculer  $(f^{-1})'(0)$ .

5/ Construire la courbe C' de  $f^{-1}$  puis répondre graphiquement :

$f^{-1}$  est-elle dérivable à droite en  $-\frac{1}{2}$  ?

**Exercice n°2 : (7 points)**

A/ Soit f la fonction définie sur  $] -\infty, 0]$  par  $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x}$

1/ Montrer que f est dérivable sur  $] -\infty, 0[$  et calculer  $f'(x)$ .

2/ Montrer que f réalise une bijection de  $] -\infty, 0]$  sur  $]0, +\infty[$ . <http://ymaths.e-monsite.com/>

3/ Montrer que l'équation  $f(x) = 2$  admet une unique solution  $\alpha$  dans  $] -\infty, 0]$  et que  $-2 < \alpha < -1$

4/ Justifier la dérivabilité de  $f^{-1}$  sur  $]0, +\infty[$ .

B/ Soit g la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 - 2x} & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{2x}{x^2 + 1} & \text{si } x > 0 \end{cases}$

On désigne par (C) la courbe représentative de g dans le plan muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

1/ Montrer que g est continue en 0.

2/ Etudier la dérivabilité de g en 0. Interpréter graphiquement les résultats obtenus.

3/ Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  et interpréter graphiquement le résultat obtenu.

4/ Montrer que g est dérivable sur  $]0, +\infty[$  et que  $g'(x) = \frac{2(1-x^2)}{(x^2+1)^2}$

5/ En déduire la dérivabilité de la fonction  $h : x \mapsto g(\sqrt{x})$  sur  $]0, +\infty[$  et calculer  $h'(x)$ .

**Exercice n°3 : (4,5 points)**

I/ On donne la matrice  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -3 & 4 & -3 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

<http://ymaths.e-monsite.com/>

1/ Montrer que A est inversible.

2/ Calculer  $A^2$ .

3/ Vérifier que  $A^2 - 3A + 2I_3 = 0$

4/ Déduire  $A^{-1} = -\frac{1}{2}(A - 3I_3)$  puis calculer  $A^{-1}$ .

II/ Résoudre par un calcul matriciel le système : 
$$\begin{cases} y - z = 1 \\ -3x + 4y - 3z = 2 \\ -x + y = 3 \end{cases}$$

**Exercice n°4 : (4,5 points)**

Dans cet exercice les calculs seront effectués à  $10^{-3}$  près.

Le tableau ci-dessous donne l'évolution du chiffre d'affaires (en milliers de dinars) du secteur d'emballage d'un pays entre les années 1990 et 1996.

Année	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996
Rang de l'année $x_i$	1	2	3	4	5	6	7
Chiffres d'affaires $y_i$	36	40	47	54	62	69	77

1/ Représenter le nuage de points associé à la série statistique double  $(x, y)$  sur la figure 2 de l'annexe ci-jointe.

2/ Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage, le placer dans le repère précédent.

3/ a/ Calculer le coefficient de corrélation r de cette série statistique. Interpréter le résultat obtenu.

b/ Donner une équation de la droite de régression D de y en x. Tracer D.

c/ En supposant que l'évolution se poursuivre de la même façon les années suivantes, donner une estimation du chiffre d'affaires du secteur de l'emballage en l'an 2002.

<http://ymaths.e-monsite.com/>

*Feuille annexe à rendre avec la copie*

Nom : ..... Prénom : .....

Figure 1 :

<http://ymaths.e-monsite.com/>

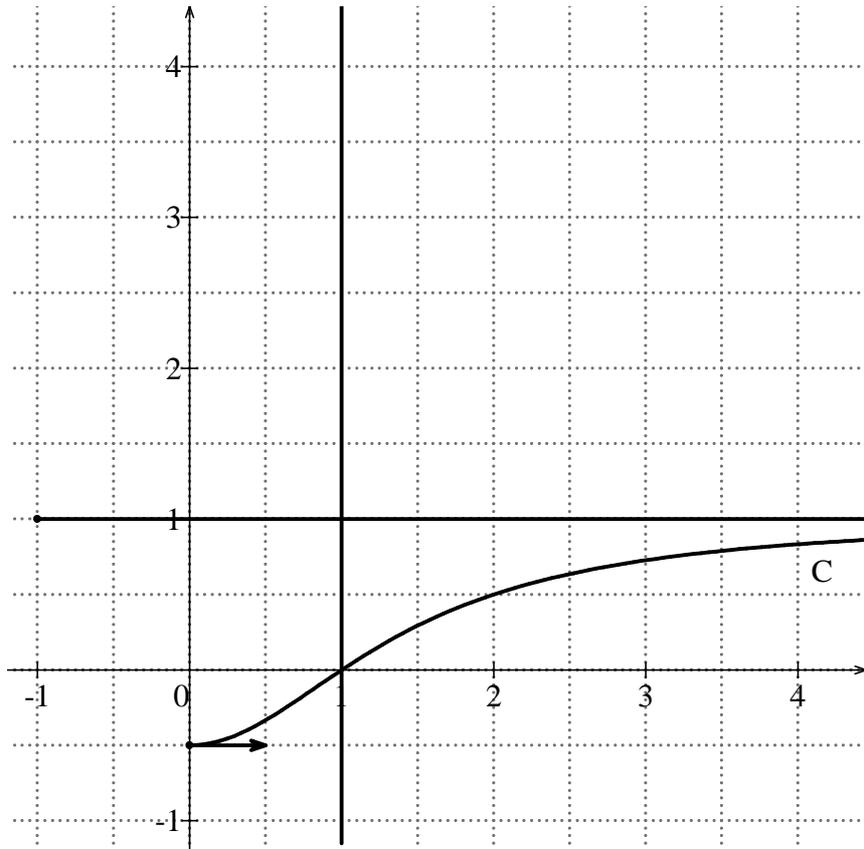


Figure 2 :

