

<b>Lycée Aguerreb 2</b>	<b>Classe : 3<sup>ième</sup> Sc Info</b>	<b>Prof : Mr Rekik Sabeur</b>	
<b>Devoir de synthèse n°2 (Mathématiques)</b>		<b>Date : 08 / 03 / 2013</b>	<b>Durée : 2 H</b>

**Exercice n°1: (3 pts)**

Répondre par vrai ou faux:

1/  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 1} = 1$

<http://ymaths.e-monsite.com/>

2/ Si  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty$  alors la droite d'équation  $x = a$  est une asymptote à la courbe de  $f$ .

3/ Si  $f$  est continue en un réel  $a$  alors elle est dérivable en  $a$

4/ Le plan est muni d'un repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , la courbe représentative  $(C)$  de la fonction  $f$  définie par

$$f(x) = \frac{1}{x} \text{ admet au point d'abscisse } 2 \text{ une tangente de coefficient directeur est égal à } -\frac{1}{4}$$

5/ Si  $f$  est dérivable à droite et à gauche en un réel  $a$  alors elle dérivable en  $a$ .

6/ Le système  $\begin{cases} x + 2y = 2 \\ 3x + 6y = 3 \end{cases}$  a une infinité de couple solutions

**Exercice n°2 : (6 pts)**

1/ Résoudre, dans  $\mathbb{R}^2$ , par la méthode de substitution, le système  $(S_1)$ :  $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 5x + y = 16 \end{cases}$

2/ Résoudre, dans  $\mathbb{R}^2$ , par la méthode des déterminants, le système  $(S_2)$ :  $\begin{cases} 2x - 2y = 3 \\ 3x + 4y = 8 \end{cases}$

3/ Résoudre, dans  $\mathbb{R}^3$ , par la méthode de substitution, le système  $(S_3)$ :  $\begin{cases} x + 2y + z = 8 \\ x - y - z = -4 \\ x + 4y - 5z = -6 \end{cases}$

**Exercice n°3 : (3,5 pts)**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = ax^2 + bx + c$  où  $a, b$  et  $c$  sont des réels.

On désigne par  $\mathcal{C}_f$  sa courbe représentative dans un plan rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

1/ a/ Montrer que si  $f(-1) = 6$  et  $f(2) = 3$  et  $f(3) = 10$  alors  $a, b$  et  $c$  vérifiant le système :

$$(S) : \begin{cases} a - b + c = 6 \\ 4a + 2b + c = 3 \\ 9a + 3b + c = 10 \end{cases}$$

b) Résoudre dans  $\mathbb{R}^3$  par la méthode du **pivot de Gauss** le système  $(S)$ .

- Dans la suite de l'exercice on prend :  $a = 2$ ,  $b = -3$  et  $c = 1$

2/ Soit  $x_0$  un réel. Déterminer  $f'(x_0)$

3/ Ecrire l'équation de la tangente  $T$  à  $\mathcal{C}_f$  au point d'abscisse 2

4/ Existe – il – un point de  $(C)$  où la tangente est parallèle à la droite  $\Delta : y = -x + \sqrt{3}$  ?

<http://ymaths.e-monsite.com/>

**Exercice n°4 : (3,5 pts)**<http://ymaths.e-monsite.com/>

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x-1}{x-2} & \text{si } x \leq 1 \\ f(x) = \sqrt{x-1} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

1/ Montrer que  $f$  est continue en 1.

2/ a/ Montrer que  $f$  est dérivable à gauche en 1 et déterminer  $f'_g(1)$ .

b/ Etudier la dérivabilité de  $f$  à droite en 1.

c/ La fonction  $f$  est-elle dérivable en 1.

**Exercice n°5 : (4 pts)**

Soit  $ABC$  un triangle tel que :  $AC = 4\sqrt{2}$  ;  $BC = 6$  et  $\vec{CA} \cdot \vec{CB} = 24$

1/ Calculer  $\cos(\hat{ACB})$ . En déduire  $\hat{ACB}$

2/ En utilisant les formules d'El kashi, calculer la distance  $AB$ .

3/ Calculer le produit scalaire  $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$

4/ Soit  $I$  le milieu du segment  $[AB]$ .

a/ Montrer que pour tout point  $M$  du plan on a :  $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = MI^2 - \frac{AB^2}{4}$

c/ En déduire l'ensemble  $(E)$  des points  $M$  du plan tels que :  $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = 4$

<http://ymaths.e-monsite.com/>