Lycée Aguereb 2	Classe : 3ième Sc Exp	Prof : Mr Rekik Sabeur	
Devoir de synthèse n°2 (Mathématiques)		Date : 06 / 03 / 2014	Durée : 2 H

Exercice n°1: (2 pts)

Pour chaque question, une seule des trois propositions est exacte. L'élève indiquera sur la copie
le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

1/ Soit f la fonction définie par $f(x) = x^4 - 1$, alors on a : $f'(a) =$

a) $4a^3$ b) $4a^3 - 1$ c) $4a$

2/ Le plan est muni d'un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, la courbe représentative (C) de la fonction f définie par $f(x) = \frac{1}{x}$ admet au point d'abscisse 2 une tangente de coefficient directeur est égal à :

a) $\frac{1}{4}$ b) $-\frac{1}{4}$ c) $-\frac{1}{2}$

3/ $\cos\left(\frac{29\pi}{6}\right)$ est égal à :

a) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

4/ L'ensemble des solutions dans $[0, 2\pi[$ de l'inéquation $\sin x \leq 0$ est :

a) $S = [0, \pi]$ b) $S = [\pi, 2\pi[$ c) $S = [0, 2\pi[$

Exercice n°2 : (8 pts)

Soit la fonction f définie sur IR par : $\begin{cases} f(x) = \frac{x}{x-2} & \text{si } x \leqslant 1 \\ f(x) = \sqrt{x-1} - 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$

On désigne par C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1/ Montrer que f est continue en 1.

2/ Calculer $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \to -\infty} f(x)$. Que peut-on déduire pour la courbe C_f

3/ a/ Montrer que f est dérivable à gauche en 1 et déterminer $f'_g(1)$.

b/ Etudier la dérivabilité de f à droite en 1.

c/ La fonction f est-elle dérivable en 1.

4/ Soit $a \in]1, +\infty[$

a/ Déterminer $f'(a)$.

b/ Ecrire l'équation de la tangente T à C_f au point d'abscisse 2 .

c/ Existe-t-il un point de C_f où la tangente est parallèle à la droite $\Delta : y = \frac{1}{4}x - \sqrt{2}$?

Exercice n°3 : (5 pts)

$\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ est un repère orthonormé direct du plan. A est le point de coordonnées polaires $\left(2,\frac{\pi}{3}\right)$.

OABC est un carré indirect.

1/ Faire une figure.

2/ Déterminer les coordonnées polaires de C puis ces coordonnées cartésiennes.

3/ a/ Calculer les coordonnées cartésiennes de A.

b/ Justifier l'égalité vectorielle $\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}$

c/ En déduire les coordonnées cartésiennes de B.

4/ a/ Déterminer les coordonnées polaires de B sans utiliser ses coordonnées cartésiennes.

b/ En déduire que $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ et que $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$.

Exercice n°4 : (5 pts)

Soit $x\in IR$ et $f(x)=\cos(2x)+\sqrt{3}\sin(2x)$

1/ a/ Calculer $f\left(\frac{\pi}{8}\right)$.

b/ Montrer que pour tout réel x on a $f\left(\frac{\pi}{2}+x\right)+f(x)=0$. En déduire $f\left(\frac{5\pi}{8}\right)$

2/ Soit $g(x)=1+f(x)$

a/ Vérifier que : $\cos x+\sqrt{3}\sin x=2\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)$

b/ En déduire alors que : $g(x)=4\cos x.\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)$

c/ Résoudre dans $[0,2\pi[$, l'équation : $g(x)=2\cos x$