Lycée : 9 avril 1938	***Devoir de synthèse n°2***	*Classe* : $3^{ème}$ Sc Exp 1
◈◈◈◈◈	*Le* : 14 – 05 – 2018	*Durée* : 3 heures

Le sujet comporte deux pages

Exercice n°1 : *(2 points)*

Pour chaque question, une seule des trois propositions est exacte.

Indiquera sur votre copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée.

1/ $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin(3x)}{x}=$

a/ 0 b/ 1 c/ 3

2/ La fonction f définie sur IR par $f(x)=\sin^2 x$ a pour dérivée la fonction f' définie par :

a/ $f'(x)=2\cos x$ b/ $f'(x)=\sin 2x$ c/ $f'(x)=\cos 2x$

3/ L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

La droite $\mathscr{D}$ passant par O et de vecteur directeur $\vec{k}$ est parallèle au plan P

a/ $P: x=0$ b/ $P:-x+y+z-2=0$ c/ $P: y+z-2=0$

4/ On répartit 5 boules dans 5 boites, le nombre de répartitions possibles est :

a/ 120 b/ 25 c/ 5

Exercice n°2 : *(3,5 points)*

Soit f la fonction définie sur IR par $f(x)=\sqrt{x^2+4}$

On désigne par $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1/ Vérifier que la fonction f est paire.

2/ Dresser le tableau de variation de f sur $[0,+\infty[$.

3/ Montrer que la droite $D: y=x$ est une asymptote à $\mathscr{C}$ en $+\infty$.

4/ Tracer la courbe $\mathscr{C}$ et ses asymptotes.

6/ Soit g la fonction définie par $g(x)=\sqrt{x^2-4x+8}$

a/ Déterminer l'ensemble de définition D_f de g.

b/ Montrer que $g(x)=f(x-2)$ pour tout $x\in Dg$.

c/ Tracer $\mathscr{C}'$ la courbe de g à partir de $\mathscr{C}$.

Exercice n°3 : *(3,5 points)*

Soit f la fonction définie sur IR par $f(x)=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)$

On désigne par et C sa courbe représentative dans un repère orthogonal $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1/ a/ Préciser la période de f.

b/ Montrer que la droite $\Delta: x=\dfrac{\pi}{6}$ est un axe de symétrie pour C.

c/ En déduire qu'il suffit d'étudier f sur $D=\left[-\dfrac{\pi}{3},\dfrac{\pi}{6}\right]$.

2/ Dresser le tableau de variation de f sur D.

3/ Tracer la partie C_0 de C_f correspondante à l'intervalle $\left[-\dfrac{\pi}{3},\dfrac{7\pi}{6}\right]$.

4/ Soit g la fonction définie par $g(x)=|f(x)|$

Construire C_0' la courbe représentative de g sur $\left[-\dfrac{\pi}{3},\dfrac{7\pi}{6}\right]$

Exercice n°4 : *(6 points)*

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, on considère les points $A(1,1,1)$, $B(1,-2,-2)$ et $C(3,1,0)$.

1/ a/ Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.

b/ Montrer que le vecteur $\vec{n}=\vec{i}-2\vec{j}+2\vec{k}$ est un vecteur normal du plan $P=(ABC)$.

c/ Déterminer alors une équation cartésienne du plan P.

2/ Soit $\mathscr{D}$ la droite perpendiculaire à P en A.

Déterminer une représentation paramétrique de la droite $\mathscr{D}$.

3/ Soient $E(4,0,3)$ et Q le plan passant par E et parallèle à P.

a/ Déterminer une équation cartésienne du plan Q.

b/ Vérifier que la droite $\mathscr{D}$ est perpendiculaire au plan Q.

c/ Calculer les coordonnées du point H intersection du plan Q et la droite $\mathscr{D}$.

d/ En déduire la distance du point E à la droite $\mathscr{D}$.

4/ Soit Δ la droite de l'espace définie par $\Delta:\begin{cases}x=4+2t\\y=3t\\z=3+2t\end{cases}\quad ;\quad t\in IR$

a/ Montrer que Δ est incluse dans Q.

b/ Montrer que Δ et $\mathscr{D}$ ne sont pas coplanaire.

Exercice n°5 : *(5 points)*

Une urne contient 6 boules réparties de la manière suivante :

- Deux boules blanches numérotées : 1 ; 4
- Quatre boules noires numérotées : 2 ; 3 ; 5 ; 7

1/ On tire ***simultanément et au hasard*** deux boules de l'urne.

a/ Calculer le nombre de tirages possibles.

b/ Combien y a – t – il de tirages contenant deux boules portant des numéros impairs.

c/ Combien y a – t – il de tirages contenant exactement deux boules noires.

d/ Combien y a – t – il de tirages contenant deux boules de couleurs différentes.

2/ On tire ***successivement et sans remise*** deux boules de l'urne

a/ Calculer le nombre de tirages possibles.

b/ Combien y a – t – il de tirages contenant une seule boule noire.

c/ Combien y a – t – il de tirages contenant deux boules de même couleur.

3/ On tire ***successivement et avec remise*** trois boules de l'urne.

a/ Calculer le nombre de tirages possibles.

b/ Combien y a – t – il de tirages contenant deux boules noires et une blanche.

c/ Combien y a – t – il de tirages contenant au moins une boule blanche.