Lycée Aguereb 2	Classe : 3ème Sc Info	Prof : Mr Rekik Sabeur	
Devoir de synthèse n°2 (Mathématiques)		Date : 03 / 06 / 2011	Durée : 3 H

Exercice n°1 : (QCM 2 Pts)

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte.

Indiquer sur votre copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisi.

Aucune justification n'est demandée.

1/ La dérivée de la fonction $x \mapsto \sqrt{1+2x}$ est la fonction

a/ $x \mapsto \dfrac{1}{\sqrt{1+2x}}$ b/ $x \mapsto \dfrac{1}{2\sqrt{1+2x}}$ c/ $x \mapsto \dfrac{2}{\sqrt{1+2x}}$

2/ L'écriture $282 = 14 \times 19 + 16$ est la division euclidienne de 282 par :

a/ 16 b/ 14 c/ 19

3/ Si a est un entier naturel non divisible par 3, alors le reste de la division euclidienne de a^2 par 3 :

a/ est 0 b/ est 1 c/ est 2

4/ Pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a : $(3n) \wedge (3(n+1)) =$

a/ 1 b/ 3 c/ 3^2

Exercice n°2 : (3 Pts)

1/ En utilisant la méthode de **PIVOT DE GAUSS**, résoudre le système (S) : $\begin{cases} x+2y+7z=81 \\ 2x+6y+12z=148 \\ 2y+5z=56 \end{cases}$

2/ Un bijoutier utilise un diamant et 2 perles pour fabriquer une bague.

Il a besoin de 2 diamants, 6 perles et 2 émeraudes pour fabriquer un pendentif.

Il lui faut 7diamants, 12 perles et 5 émeraudes pour fabriquer un bracelet.

Aujourd'hui, il a utilisé 81 diamants, 148 perles et 56 émeraudes.

Calculer le nombre de bagues, pendentifs et bracelets fabriqués aujourd'hui.

Exercice n°3 : (4 Pts) (Les questions : 1/ , 2/ , 3/ et 4/ sont indépendantes).

1/ Un nombre entier naturel s'écrit de la forme 5x01y.

Déterminer x et y pour qu'il soit divisible par 12.

2/ a/ En utilisant l'algorithme d'Euclide calculer $2115 \wedge 75$

b/ Déterminer un entier naturel non nul n tel que, si on divise par n les nombres 2126 et 83 les restes obtenus soient respectivement 11 et 8.

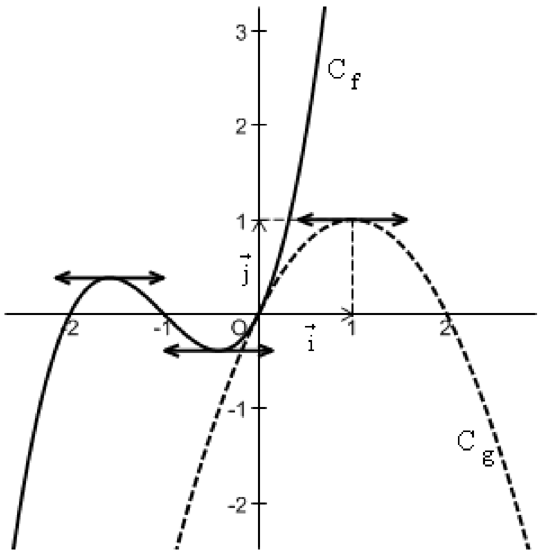
3/ Trouver les couples d'entiers naturels (a, b) solutions du système : $\begin{cases} a+b=176 \\ a \wedge b=16 \end{cases}$

4/ Déterminer tous les couples d'entiers naturels (m, n) tels que : $3(m-2)=5(n-3)$

Exercice n°4 : **(4 Pts)**

Dans la figure ci-contre, C_f et C_g sont respectivement les courbes des fonctions f et g définies par

$f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ tel que a, b, c et d sont quatre réels et $g(x)=-x^2+2x$



1/ Déterminer graphiquement $f(0)$ puis déduire le réel d.

2/ a/ Déterminer $f'(x)$ et $g'(x)$.

b/ C_f et C_g ont la même tangente au point d'abscisse 0.

Déterminer le réel c.

3/ a/ $I(-1,0)$ est un point d'inflexion de C_f.

Montrer que : $-6a+2b=0$

b/ Montrer que a et b vérifient : $\begin{cases}-3a+b=0\\-a+b=2\end{cases}$

c/ Trouver alors les réels a et b.

Dans la suite de l'exercice on prend : $f(x)=x^3+3x^2+2x$

4/ Résoudre $f'(x)=0$.

5/ Soit la fonction h définie sur IR par : $h(x)=\begin{cases}f(x) & \text{si } x<0\\g(x) & \text{si } x\geq 0\end{cases}$

Dresser le tableau de variation de h.

Exercice n°5 : (7 Pts)

Soit la fonction f définie sur $IR\setminus\{1\}$ par : $f(x)=\dfrac{x^2-4x}{x-1}$

On désigne par $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1/ a/ Calculer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$

b/ Calculer la limite de f à droite et à gauche en 1. Interpréter les résultats obtenus.

2/ a/ Montrer que pour tout $x\in IR\setminus\{1\}$, $f'(x)=\dfrac{x^2-2x+4}{(x-1)^2}$

b/ Dresser le tableau de variation de f. Vérifier qu'elle n'a pas d'extremums.

3/ a/ Vérifier que pour tout $x\in IR\setminus\{1\}$ on a : $f(x)=x-3-\dfrac{3}{x-1}$.

b/ En déduire que la droite Δ d'équation $y=x-3$ est une asymptote à $\mathscr{C}$ en $+\infty$ et en $-\infty$.

4/ Tracer $\mathscr{C}$ et ses asymptotes.

5/ Montrer que le point A intersection des asymptotes est un centre de symétrie de $\mathscr{C}$.

6/ Soit la fonction g définie sur IR par : $g(x)=\dfrac{x(4+|x|)}{|x|+1}$

a/ Montrer que la fonction g est impaire.

c/ Construire, à partir de la courbe $\mathscr{C}$ de f, la courbe $\mathscr{C}'$ de g.