Exercice n°1 : (2 points)

Pour chaque question, une seule des trois propositions est exacte.
Indiquera sur votre copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

1/ Soit $\mathscr{D}$ et $\mathscr{D}'$ deux droites de l'espace de vecteurs directeurs respectifs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ non colinéaires alors :

a/ $\mathscr{D}$ et $\mathscr{D}'$ sont sécantes b/ $\mathscr{D}$ et $\mathscr{D}'$ sont coplanaires c/ On ne peut rien dire

2/ L'espace est muni d'un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$.

La droite $\mathscr{D}$ passant par O et de vecteur directeur $\vec{k}$ est parallèle au plan P

a/ $P : x = 0$ b/ $P : -x + y + z - 2 = 0$ c/ $P : y + z - 2 = 0$

3/ On répartit 5 boules dans 5 boites, le nombre de répartitions possibles est :

a/ 120 b/ 25 c/ 5

4/ $C_6^3 + C_6^4 =$

a/ C_6^7 b/ C_6^4 c/ C_7^4

Exercice n°2 : (5 points)

Une urne contient 7 jetons répartis de la manière suivante :

- Trois jetons blancs marqués : 1 ; 3 ; 4
- Quatre jetons noirs marqués : 2 ; 3 ; 3 ; 5

A/ On tire **simultanément** deux jetons dans l'urne.

1/ Dénombrer tous les tirages possibles.
2/ Combien y a-t-il de tirages contenant deux jetons noirs.
3/ Combien y a-t-il de tirages contenant deux jetons portants des numéros impairs.
4/ Combien y a-t-il de tirages contenant deux jetons de même couleur.
5/ Combien y a-t-il de tirages contenant deux jetons de couleurs différentes.
6/ Combien y a-t-il de tirages contenant deux jetons dont la somme des numéros est égale à 5.

B/ On tire **successivement et sans remise** trois jetons dans l'urne

1/ Dénombrer tous les tirages possibles.
2/ Combien y a-t-il de tirages contenant deux jetons noirs.
3/ Combien y a-t-il de tirages contenant un seul jeton marqué 3.

C/ On tire **successivement et avec remise** trois jetons dans l'urne.

1/ Dénombrer tous les tirages possibles.
2/ Combien y a-t-il de tirages contenant deux jetons noirs.
3/ Combien y a-t-il de tirages contenant au moins un jeton blanc.

Exercice n°3 : (3 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$.

On donne les points $A(1,1,-2)$ et $E(1,0,1)$

1/ Déterminer une équation cartésienne du plan P passant par le point A et de vecteur normal $\vec{n} = \vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$.

2/ Le point E appartient-il au plan P.

3/ Soit $\mathscr{D}$ la droite passant par E et de vecteur directeur $\vec{u} = -\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$

a/ Vérifier que la droite $\mathscr{D}$ et le plan P sont sécants.

b/ Donner une représentation paramétrique de la droite $\mathscr{D}$.

c/ Trouver les coordonnées du point d'intersection du plan P et la droite $\mathscr{D}$.

Exercice n°4 : (4,5 Points)

L'espace est muni d'un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$.

On considère les points $A(1,2,2)$; $B(3,2,1)$ et $C(1,3,3)$

1/ a/ Montrer que les points A, B et C déterminent un plan P.

b/ Démontrer que : $x - 2y + 2z - 1 = 0$ est une équation cartésienne de P.

2/ Soit le plan Q d'équation cartésienne $x - 3y + 2z + 2 = 0$

a/ Montrer que les plans P et Q sont sécants. On note $\mathscr{D}$ leur droite d'intersection.

b/ Justifier que $C \in \mathscr{D}$

c/ Soit $\vec{u} = 2\vec{i} - \vec{k}$. Déterminer les coordonnées du point D de l'espace tel que $\overrightarrow{CD} = \vec{u}$.

d/ Vérifier que $D \in P$ et que $D \in Q$. Conclure.

3/ a/ Donner une représentation paramétrique de la droite $\mathscr{D}$.

b/ Soit H le projeté orthogonal de A sur la droite $\mathscr{D}$.

Montrer que $H\left(\frac{7}{5}, 3, \frac{14}{5}\right)$. Déduire la distance du point A à la droite $\mathscr{D}$.

Exercice n°4 : (5,5 points)

Soit la fonction f définie sur $IR \setminus \{2\}$ par : $f(x) = \dfrac{x^2 - 2x + 1}{x - 2}$

On désigne par $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

1/ a/ Calculer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$

b/ Calculer la limite de f à droite et à gauche en 2 . Interpréter les résultats obtenus.

2/ a/ Montrer que pour tout $x \in IR \setminus \{2\}$, $f'(x) = \dfrac{x^2 - 4x + 3}{(x-2)^2}$

b/ Dresser le tableau de variation de f.

3/ a/ Vérifier que pour tout $x \in IR \setminus \{2\}$ on a : $f(x) = x + \dfrac{1}{x - 2}$.

b/ En déduire que la droite Δ d'équation $y = x$ est une asymptote à $\mathscr{C}$ en $+\infty$ et en $-\infty$.

c/ Etudier la position de $\mathscr{C}$ par rapport à Δ

4/ Montrer que le point A intersection des asymptotes est un centre de symétrie de $\mathscr{C}$.

5/ Tracer la courbe $\mathscr{C}$ et ses asymptotes.

6/ Soit g la fonction définie par $g(x) = \dfrac{(x-1)|x-1|}{x - 2}$

Construire, à partir de la courbe $\mathscr{C}$ de f, la courbe $\mathscr{C}'$ de g.