Lycée : 7 / 11 / Métouia	DEVOIR DE SYNTHESE N°3 DE MATHEMATIQUES Le : 30 / 05 / 2007	Classes : 3ème Techniques 1 + 2
Prof : REKIK SABEUR		Durée : 3 Heures

Exercice n°1 : (7 Points)

Soit la suite U définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} U_0=1 \\ U_{n+1}=\frac{1}{2}U_n+1 \end{cases}$

1/ Calculer U_1 et U_2 et déduire que la suite U n'est ni arithmétique ni géométrique.

2/ a/ Montrer par récurrence que pour tout $n\in\mathbb{N}$; $U_n\leqslant 2$

b/ En déduire le sens de variation de la suite U.

3/ On considère la suite V définie sur $\mathbb{N}$ par : $V_n=2U_n-4$

a/ Montrer que la suite V est une suite géométrique dont on déterminera la raison et le premier terme.

b/ Exprimer V_n puis U_n en fonction de n.

c/ Calculer la limite de U_n.

Exercice n°2 : (5 Points)

Une urne contient neuf boules indiscernables au toucher dont quatre sont blanches numérotées : 0 ; 0 ; 1 ; 2 et cinq boules rouges numérotées : 0 ; 0 ; 1 ; 1; 2.

I/ On tire **simultanément** et au hasard 3 boules de l'urne.

1/ Combien y a t – il de tirages possibles ?

2/ Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

A : « Obtenir 3 boules de même couleur »

B : « Obtenir 3 boules de même numéros »

C : « Obtenir au moins une boule rouge »

D : « Obtenir exactement 3 boules rouges »

E : « La somme des numéros marqués sur les boules tirées est égale à 3 »

$F=D\cap E$

II/ On tire **successivement et sans remise** 3 boules de l'urne.

1/ Combien y a t – il de tirages possibles ?

2/ Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

G : « Obtenir exactement 2 boules rouges »

H : « Obtenir une seule boule blanche et exactement 2 boules portant le numéro 1 »

Exercice n°3 : (3 Points)

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

On considère les points $A(-1,3,3)$, $B(0,5,5)$, $C(2,3,6)$ et $D(1,1,4)$

1/ Montrer que les points A , B , C et D sont coplanaires.

2/ a/ Montrer que $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$

b/ Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$ sont orthogonaux.

c/ Montrer que $AB=AD$

d/ En déduire la nature du quadrilatère $ABCD$.

Exercice n°4 : (5 Points)

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

On considère le plan (P) d'équation cartésienne $2x+y-z+7=0$ et les points $A(-3,1,2)$; $B(-1,3,1)$ et $C(4,1,-2)$.

1/ Montrer que le point A appartient au plan (P).

2/ Déterminer une représentation paramétrique de la droite (AB).

3/ Déterminer une équation cartésienne du plan (Q) passant par C et perpendiculaire à (AB).

4/ Soit H le projeté orthogonal de C sur (AB).

a/ Déterminer les coordonnées de H .

b/ En déduire que la distance $CH=\sqrt{29}$;

5/ Soit (P') le plan d'équation cartésienne $y+z-3=0$.

a/ Montrer que les plans (P) et (P') sont perpendiculaires.

b/ Déterminer un point E et un vecteur directeur $\vec{u}$ de la droite (D) intersection de (P) et (P').

BON TRAVAIL