Lycée : 9 avril 1938	**Devoir de synthèse n°3**	Classes : 4ème Sc Techniques
◈◈◈◈◈	Le : 12 – 05 – 2017	Durée : 3 heures

Le sujet comporte 3 pages

<u>Exercice n°1 :</u> *(4 points)*

Le tableau suivant donne l'évolution du nombre de milliers d'emploies salariés dans le secteur du bâtiment en Sfax entre 2010 à 2016.

Année	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Rang de l'année X	0	1	2	3	4	5	6
Nombre de milliers d'emploies salariés Y	118	113	106	98	89	81	75

1/ Déterminer le point moyen G de la série (X , Y).

2/ a/ Calculer le coefficient de corrélation r (arrondis à10^{-3} prés) de cette série statistique. Interpréter le résultat obtenu.

b/ Donner une équation de la droite de régression D de Y en X. (Les coefficients seront arrondis à 10^{-2} prés).

c/ En supposant que l'évolution se poursuivre de la même façon les années suivantes, donner une estimation du nombre de milliers d'emploies salariés en l'an 2020.

3/ Les experts modélisent cette évolution du nombre de milliers d'emploies salariés en posant $Z = \ln Y$.

a/ Dresser le tableau statistique qui représente la série (X, Z). (Arrondir les résultats à10^{-2} prés)

b/ Donner une équation de la droite de régression de Z en X et en déduire l'expression de Y en fonction de X. (Les coefficients seront arrondis à10^{-2} prés).

c/ En déduire une nouvelle prévision du nombre de milliers d'emploies salariés en l'an 2020.

<u>Exercice n°2 :</u> *(6 points)*

Le service après-vente d'une entreprise, vendant une certaine marque de calculatrices, c'est aperçu que ces dernières pourraient présenter deux types de défaut, l'un lié au clavier, l'autre à l'affichage.

Des études statistiques ont permis à l'entreprise d'utiliser la modélisation suivante :

La probabilité pour une calculatrice tirée au hasard de présenter un défaut de clavier est égale à $0,04$. En présence du défaut de clavier, la probabilité que la calculatrice soit en panne d'affichage est de $0,03$.

Alors qu'en l'absence de défaut de clavier, la probabilité de ne pas présenter de défaut d'affichage est de $0,94$.

On note C l'évènement : « la calculatrice présente un défaut de clavier »

A l'évènement : « la calculatrice présente un défaut d'affichage »

Dans cet exercice, les probabilités seront écrites sous forme de nombres décimaux arrondis au millième.

1/ a/ Préciser à l'aide de l'énoncé les probabilités suivantes : $p(A / C)$, $p(\overline{A} / \overline{C})$ et $p(C)$.

b/ Construire un arbre pondéré décrivant cette situation.

2/ On choisit une calculatrice de cette marque au hasard.

a/ Calculer la probabilité pour que la calculatrice présente les deux défauts.

b/ Calculer la probabilité pour que la calculatrice présente le défaut d'affichage mais pas le défaut de clavier.

c/ En déduire $p(A)$.

d/ Montrer que la probabilité de l'évènement « la calculatrice ne présente aucun défaut » arrondie au millième est égale à $0,902$.

3/ Chaque calculatrice est vendue à 35 dinars.

Le service après-vente doit prendre en charge les réparations au cas où aurait un défaut :

- Si la calculatrice présente un défaut de clavier, le coût de la réparation est de 3 dinars.
- Si la calculatrice présente un défaut d'affichage, le coût de la réparation est de 5 dinars.
- Si la calculatrice présente les deux défauts, on rembourse la calculatrice au client.

Soit X la variable aléatoire égale au montant du chiffre d'affaire réalisé par calculatrice vendue

a/ Déterminer la loi de probabilité de X

b/ Calculer alors le chiffre d'affaire que peut espérer faire l'entreprise par calculatrice.

4/ On suppose que la durée de vie (exprimé en années) d'une calculatrice de cette marque est une variable aléatoire T qui suit la loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0,255$.

a/ Quelle est la probabilité qu'une calculatrice dure plus de 2 ans ?

b/ Calculer la durée de vie moyenne d'une calculatrice de ce type.

c/ Quelle est la probabilité qu'une calculatrice dure plus de 5 ans sachant qu'elle a déjà durée plus de 3 ans.

d/ On considère un lot de 20 calculatrices fonctionnant de manière indépendante. Déterminer la probabilité que, dans ce lot, exactement 5 d'entre eux dure plus de 2 ans.

<u>Exercice n°3 :</u> *(6 points)*

On considère la fonction f définie sur IR par $f(x) = x\,e^{-x+2}$. On désigne par (C) sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1/ a/ Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu

b/ Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x}$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu

2/ a/ Montrer que f est dérivable sur IR et que pour tout x de IR, $f'(x) = (1-x)e^{-x+2}$

b/ Dresser le tableau de variation de f.

3/ Montrer la courbe (C) admet un point d'inflexion K dont on déterminera les coordonnées.

4/ Tracer la courbe (C).

5/ Soit m un réel strictement positif.

a/ A l'aide d'une intégration par parties, calculer l'intégrale $\mathcal{A}(m) = \int_0^m x\,e^{-x+2}\,dx$

b/ Interpréter graphiquement $\mathcal{A}(m)$ puis calculer $\lim\limits_{m \to +\infty} \mathcal{A}(m)$.

6/ Soit F la fonction définie sur IR par $F(x) = \left(-\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\right)e^{-2x}$

a/ Calculer $F'(x)$.

b/ Soit D la partie du plan limitée par (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 3$. Calculer le volume $\mathcal{V}$ du solide de révolution obtenu par rotation de la partie D autour de l'axe des abscisses.

Exercice n°4 : *(4 points)*

Soit f la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x)=-x.\ln x$

1/ a/ Déterminer les limites de f en 0 et en $+\infty$.

b/ Dresser le tableau de variations de f.

c/ Résoudre dans $]0,+\infty[$ les inéquations $f(x)>0$ et $f(x)-x>0$

2/ Soit (U_n) définie sur IN par $U_0=\frac{1}{e^2}$ et pour tout $n\in IN$, $U_{n+1}=f(U_n)$

a/ Calculer les valeurs exactes de U_1 et U_2 en fonction de e et ln2.

b/ Montrer par récurrence que pour tout $n\in IN$, $\frac{1}{e^2}\le U_n\le\frac{1}{e}$

c/ Montrer que la suite (U_n) est croissante.

d/ Déduire de ce qui précède que la suite (U_n) est convergente et calculer sa limite.

BON TRAVAIL