

Lycée : 7 / 11 / Aguerreb	Le : 06 – 03 – 2009	Prof : Mr R.Sabeur
Devoir de synthèse n°2		Classe : 3 ^{ème} Sc Info
		Durée : 2 heures

Exercice n°1 : (5 pts)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par : $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$

On désigne par $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) a) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

b) Calculer les limites de f à droite et à gauche en 1.

2) a) Justifier que f est dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ puis montrer que $f'(x) = \frac{x(x-2)}{(x-1)^2}$

b) Dresser le tableau de variations de f . Préciser la nature des extrema.

3) Donner une équation de la tangente T à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 3.

Exercice n°2 : (4 pts)

Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & \text{si } x \leq 0 \\ x\sqrt{x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$

1) Etudier la dérivabilité de g en 0.

2) Déterminer l'ensemble de dérivabilité de g et calculer sa fonction dérivée $g'(x)$.

3) a) Dresser le tableau de variations de g .

b) En déduire que pour tout réel x on a : $g(x) \geq -1$

Exercice n°3 : (4 pts)

Soit $ABCD$ un carré de côté 4 cm, I et J les milieux respectifs de $[AD]$ et $[DC]$.

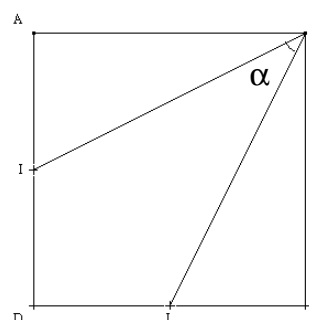
On note α la mesure de l'angle $\widehat{IBJ}$.

1) a) Montrer que $BI = BJ = 2\sqrt{5}$

b) En déduire que $\vec{BI} \cdot \vec{BJ} = 20 \cos(\alpha)$.

2) a) Montrer que $\vec{BI} = -\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AD}$ et que $\vec{BJ} = -\frac{1}{2}\vec{AB} + \vec{AD}$

b) En déduire que $\vec{BI} \cdot \vec{BJ} = 16$ et déterminer la valeur exacte de $\cos(\alpha)$



Exercice n°4 : (7 pts)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

On considère les points A (2 ; 1), B (0 ; -1) et C (-2 ; m) où m est un réel.

I – 1) Déterminer le réel m pour que les droites (AB) et (AC) soient perpendiculaires.

2) **On suppose que $m = 5$**

a) Donner une équation cartésienne du cercle $\mathcal{C}$ de diamètre [BC].

b) Vérifier que $A \in \mathcal{C}$ puis donner une équation cartésienne de la tangente Δ à $\mathcal{C}$ en A.

II – **On suppose que $m = 4$**

1) a) Calculer BC, BA et $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BA}$

b) En déduire $\cos(\hat{CBA})$, puis une valeur approchée en degrés de l'angle $\hat{CBA}$.

2) Soit H le projeté orthogonal de A sur (BC).

Calculer BH puis AH et l'aire $\mathcal{A}$ du triangle ABC.

BON TRAVAIL