Lycée 7 / 11 / Aguereb	Devoir de synthèse n°3	Classe : $3^{ème}$ Sc Info
Prof : Mr Rekik Sabeur	Le : 29 – 05 – 09	Durée : 3 heures

Exercice n°1 : (5 pts)

Les questions 1. et 2. sont indépendantes.

1. Soient n et p deux entiers naturels, on désigne par $A = 9n + 4p$ et $B = 2n + p$

   a. Calculer $9B - 2A$ et $A - 4B$ et on déduire que : $A \wedge B = n \wedge p$

   b. Déterminer les valeurs possible du P.G.C.D de $9n + 60$ et $2n + 15$

   c. Montrer que la fraction $F = \dfrac{9n+4}{2n+1}$ est irréductible.

2. Résoudre le système suivant, sachant que a et b sont des entiers naturels : (S) : $\begin{cases} a \wedge b = 6 \\ a \vee b = 72 \end{cases}$

Exercice n°2 : (4 pts)

Un clavier de 9 touches permet de composer le code d'entrée d'un immeuble, à l'aide d'une lettre suivie d'un nombre de 3 chiffres distincts ou non.

1	2	3
4	5	6
A	**B**	**C**

1. Combien de codes différents peut – on former ?
2. Combien y a – t –il de codes sans le chiffre 1 ?
3. Combien y a – t – il de codes comportant au moins une fois le chiffre 1 ?
4. Combien y a – t – il de codes comportant des chiffres distincts ?
5. Combien y a – t – il de codes comportant au moins deux chiffres identiques ?

Exercice n°3 : (5 pts)

Une urne contient neuf boules indiscernables au toucher réparties de la manière suivante :

- Quatre boules blanches numérotées : 0 ; 0 ; 1 ; 2
- Cinq boules rouges numérotées : 0 ; 0 ; 1 ; 1 ; 2.

I. On tire **simultanément** et au hasard 3 boules de l'urne.

1. Combien y a t – il de tirages possibles ?
2. Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

   A : « Obtenir 3 boules de même couleur »

   B : « Obtenir 3 boules de même numéros »

   C : « Obtenir 3 boules rouges »

   D : « La somme des numéros marqués sur les boules tirées est égale à 3 »

   E = C $\cap$ D

   F : « Obtenir au moins une boule rouge »

II. On tire **successivement et sans remise** 3 boules de l'urne.

1. Combien y a t – il de tirages possibles ?
2. Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

   G : « Obtenir exactement 2 boules rouges »

   H : « Obtenir une seule boule blanche et exactement 2 boules portant le numéro 1 »

Exercice n°4 : (6 pts)

Soit f la fonction définie sur $IR\setminus\{1\}$ par : $f(x)=\dfrac{x^2-x+4}{x-1}$

On désigne par C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

   En déduire l'existence d'asymptote D à C_f. Donner une équation de cette asymptote.

2. a. Montrer que pour tout $x\in IR\setminus\{1\}$ on a : $f'(x)=\dfrac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$

   b. Dresser le tableau de variation de f.

3. a. Ecrire $f(x)$ sous la forme : $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x-1}$ où a, b et c sont des réels.

   b. En déduire que la droite Δ : $y = x$ est asymptote oblique à C_f au voisinage de $+\infty$ et $-\infty$.

4. Montrer que le point $\Omega(1,1)$ est un centre de symétrie de C_f
5. Construire les droites D, Δ et la courbe C_f .
6. Soit la fonction g définie par : $g(x)=\dfrac{x^2-x+4}{|x-1|}$

   Construire, à partir de C_f , la courbe C_g de g. (expliquer et utiliser autre couleur)

BON TRAVAIL