Lycée 7 / 11 / Aguereb	Classe : 3ème Sc Informatique	Prof : Mr Rekik Sabeur

Devoir de synthèse n°1 (Mathématiques)	Date : 10 / 12 / 2010	Durée : 2 H

Exercice n°1 : (3 points)

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte.
Indiquer sur votre copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisi.
Aucune justification n'est demandée.

1. Sur $]1,+\infty[$, la fonction $x \mapsto \frac{-2}{x+1} + \sqrt{x}$ est strictement

 a) croissante b) décroissante c) non monotone

2. La courbe représentative de la fonction $x \mapsto x^2 - 8x + 1$ admet un axe de symétrie d'équation

 a) $x = -4$ b) $x = 4$ c) $y = 1$

3. Dans un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ si $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ et $\vec{v} = \vec{i} + 2\vec{j}$ alors $\vec{u}.\vec{v} =$

 a) 7 b) $\sqrt{26}$ c) -4

4. On veut résoudre dans $[0, 2\pi[$, l'inéquation $2\cos x > \sqrt{3}$.

 Cette inéquation a pour ensemble de solutions :

 a) $S =]-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}[$ b) $S =]-\frac{\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}[$ c) $S = [0, \frac{\pi}{6}[\cup]\frac{11\pi}{6}, 2\pi[$

Exercice n°2 : (4 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{4x^2 - 1}{x^2 + 2}$

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1. Etudier la parité de f. Quelle conséquence géométrique peut – on en déduire pour la courbe (C).
2. a. Calculer $f(x) - \left(-\frac{1}{2}\right)$. En déduire le signe de $f(x) - \left(-\frac{1}{2}\right)$. Interpréter ce résultat.

 b. Montrer que f est majorée par 4.

 c. 4 est – il un maximum de f.
3. Vérifier que pour tout réel x, $f(x) = 3 - \frac{9}{x^2 + 2}$
4. a. Montrer que f est croissante sur $[0,+\infty[$.

 b. En déduire le sens de variation de f sur $]-\infty, 0]$.

Exercice n°3 : (3 points)

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{2x^2 - 3x - 2}{x - 1}$

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1. Déterminer l'ensemble de définition D de f.
2. Déterminer les réels a, b et c tels que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$ pour tout $x \in D$.
3. Montrer que le point $I(1,1)$ est un centre de symétrie de (C).

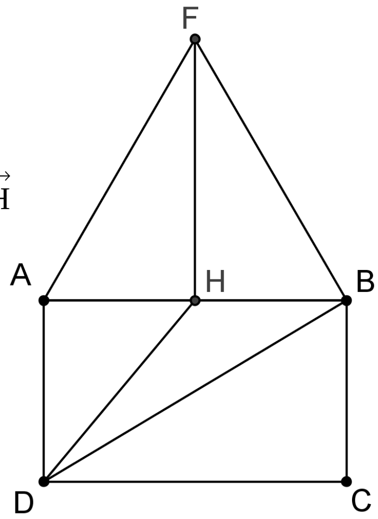
Exercice n°4 : (5 points)

Dans la figure ci-dessous :

ABCD est un rectangle tel que $AB = 6$ et $BC = 3$

H le milieu du segment [AB].

ABF est un triangle équilatéral.



1. Calculer les produits scalaires $\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AH}$ et $\overrightarrow{BF}.\overrightarrow{BH}$

2. a. Calculer DB et DH.

   b. Exprimer $\overrightarrow{DB}$ et $\overrightarrow{DH}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{DA}$

   c. Montrer que $\overrightarrow{DB}.\overrightarrow{DH} = 27$

   d. En déduire la valeur de $\cos\left(\widehat{BDH}\right)$.

Exercice n°5 : (5 points)

Soit x un réel et $f(x) = 1 + \cos 2x + \sqrt{3}\sin 2x$

1. Calculer $f\left(\frac{\pi}{12}\right)$.

2. a. Montrer que pour tout réel x on a : $\cos x + \sqrt{3}\sin x = 2\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$

   b. En déduire que pour tout réel x, $f(x) = 4\cos x \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$

   c. Calculer $f\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et en déduire $\cos\frac{\pi}{12}$.

3. Résoudre dans IR puis dans $]-\pi,\pi]$, l'équation $f(x) = 2\cos x$.

Bon travail