

Devoir de contrôle n°4

(Durée : 1 heure)

Exercice n°1 : (12 points)

Les questions 1) 2) et 3) sont indépendantes.

1. Soient $A = 32xy5$ et $B = 42x3y$ deux entiers naturels à cinq chiffres.
 - a. Déterminer x et y pour que A soit divisible par 25 et par 11.
 - b. Déterminer x et y pour que B soit divisible par 4 et le reste de la division euclidienne par 9 est égal à 7.
2. Soient $A = 2n + 21$ et $B = 3n + 15$ où $n \in \mathbb{N}$
 - a. Montrer que si un entier d divise A et divise B alors d divise 33.
 - b. Donner les valeurs possibles de d .
 - c. En déduire que les entiers 1744735 et 2617086 sont premiers entre eux.
3. a. Vérifier que pour tout entier naturel n on a : $n^3 + 2n + 9 = (n + 1)(n^2 - n + 3) + 6$
 - b. En déduire les entiers naturels n tels que $n + 1$ divise $n^3 + 2n + 9$

Exercice n°2 : (8 points)

Soit ζ le cercle de centre O et de rayon R , A un point à l'extérieur de ζ .

I et J deux points de ζ non diamétralement opposés. Soit h l'homothétie de centre A et de rapport 2.

1. Construire les points O' , I' et J' images respectives des points O , I et J par h .
2. Déterminer l'image de la droite (IJ) par h .
3. On note par K le milieu de $[IJ]$.

Montrer que les droites (IJ) et (OK) sont perpendiculaires.

4. Soit K' le projeté orthogonal de O' sur la droite $(I'J')$.
 - a. Déterminer l'image de la droite (OK) par h .
 - b. Montrer que K' est l'image de K par h .
 - c. En déduire que le point K' est le milieu du segment $[I'J']$.
5. Déterminer et construire ζ' image du cercle ζ par h .

