Devoir de synthèse n°3 (2 Heures)

Exercice n°1 : (8 points)

Soit f la fonction définie par $f(x)=\frac{2}{x+1}$

On désigne par H la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1/ a/ Déterminer l'ensemble de définition de f.

b/ Etudier les variations de f sur $]-\infty,-1[$.

c/ Déterminer le centre de H et ses asymptotes. Tracer H.

d/ Résoudre graphiquement l'équation $f(x)=1$ puis l'inéquation $f(x)\leq 1$

2/ Soit g la fonction définie sur IR \ {1} par $g(x)=\frac{x-2}{x-1}$

a/ Soit H' la courbe de g. Déterminer le centre de H' et ses asymptotes.
Tracer H' dans le même repère.

b/ Déterminer par le calcul les coordonnées des points d'intersection de H et de H'.

c/ Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x)\geq g(x)$

3/ Soit h la fonction définie par $h(x)=\frac{2}{|x|+1}$

a/ Déterminer l'ensemble de définition D_h de h.

b/ Montrer que la fonction h est paire.

c/ Construire alors la courbe $(\mathscr{C}_h)$ de la fonction h à partir de H. (utiliser autre couleur)

Exercice n° 2 : (8 points)

Dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$, on donne :

Les points $A(-5,-5)$, $B(1,-2)$ et $\mathscr{C}$ l'ensemble des points $M(x,y)$ tels que :

$x^2+y^2-6x+4y-12=0$.

1/ Montrer que $\mathscr{C}$ est un cercle de centre I (3, – 2) et de rayon R = 5 .

2/ a/ Vérifier que le point $C(-1,1)\in\mathscr{C}$.

b/ Déterminer une équation cartésienne de la droite Δ tangente à $\mathscr{C}$ en C.

3/ Montrer que le point A se trouve à l'extérieur du cercle $\mathscr{C}$ et que B se trouve à l'intérieur.

4/ a/ Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB).

b/ La droite (AB) coupe $\mathscr{C}$ en deux points E et F.
Déterminer les coordonnées des points E et F.

5/ a/ Déterminer une équation cartésienne du cercle $\mathscr{C}'$ de centre $I'(2,1)$ et passant par le point O.

b/ Montrer que la droite (AB) est tangente au cercle $\mathscr{C}'$.

6/ Déterminer les coordonnées des points d'intersection du cercle $\mathscr{C}$ avec le cercle $\mathscr{C}'$.

Exercice n°3 : (4 points)

Soit ABC un triangle rectangle isocèle de sommet principal A.

Soit I le milieu de [BC].

Δ est la droite perpendiculaire au plan (ABC) passant par I.

Soient S un point de Δ tel que AS = AC et J est le milieu de [AS].

1/ Montrer que Δ est l'axe du cercle circonscrit au triangle ABC.

2/ Montrer que (BJC) est le plan médiateur du segment [AS].

3/ Montrer que la droite (AS) est orthogonale à la droite (BC).

4/ Montrer que les plan (BJC) et (ASI) sont perpendiculaires.