Exercice n°1 :

1. a. Ecrire $(1 – 2i)^2$ sous forme algébrique.
   b. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 – (3+4i)z + 7i - 1 = 0$.
2. On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^3 – (3+5i)z^2 + (10i - 5)z + 7 + i = 0$.
   a. Vérifier que i est une solution de l'équation (E).
   b. Déterminer les nombres complexes a, b et c tel que :
   $z^3 – (3+5i)z^2 + (10i - 5)z + 7 + i = (z – i).(az^2 + bz + c)$.
   c. Résoudre alors dans $\mathbb{C}$ l'équation (E).

Exercice n°2 :

1. a. Mettre sous forme algébrique le nombre complexe $(1-5i)^2$.
   b. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^2+2(1+3i)z+16(1+i)=0$
   c. Ecrire sous la forme trigonométrique les solutions de (E).
2. a. Déterminer sous la forme trigonométrique les racines cubiques de -2 + 2i
   b. Déterminer sous la forme trigonométrique les racines cubiques de -8 i
   c. Résoudre alors dans $\mathbb{C}$ l'équation (E') : $z^6+2(1+3i)z^3+16(1+i)=0$

Exercice n°3 :

On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E_\theta) : z^2 - 2(i + \cos\theta)z + 1 + 2ie^{-i\theta} = 0$ avec $\theta \in \left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$

1. a. Vérifier que $z_1 = e^{-i\theta}$ est une solution de (E_θ).
   b. En déduire la deuxième solution z_2 de (E_θ).
2. Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.
   On désigne par A, B et C les points d'affixes respectives : $Z_A = i$, $Z_B = e^{-i\theta}$ et $Z_C = 2i+e^{i\theta}$.
   a. Vérifier que : $\overline{Z_C - Z_A} = Z_B - Z_A$.
   b. Ecrire $Z_C – Z_A$ sous forme exponentielle.
   c. En déduire la valeur de θ pour que le triangle ABC soit équilatéral.

Exercice n°4 :

1. Soit, dans $\mathbb{C}$, l'équation (E) : $z^3+(1-2i)z^2-(1+6i)z-5=0$.
   a. Montrer que (E) admet une solution imaginaire pure que l'on déterminera.
   b. Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation (E).
2. Dans le plan complexe P rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$ on donne les points A, B et C d'affixes respectives i, -2-i et 1+2i , montrer que A,B et C sont alignés.
3. Soit $P\setminus\{A\} \to P : M(z) \mapsto M'(z')$ telle que $z' = \dfrac{5i-z}{z-i}$.
   Vérifier que $z'+1 = \dfrac{4i}{z-i}$ et déterminer l'ensemble des points M' lorsque M décrit le cercle $\mathscr{C}_{(A,\,4)}$.
4. a. Soit le point E (5i), montrer que $\left(\widehat{\vec{u},\overrightarrow{OM'}}\right) = \pi + \left(\widehat{\overrightarrow{MA},\overrightarrow{ME}}\right)\ [2\pi]$.
   b. En déduire l'ensemble des points M lorsque z' est un nombre imaginaire pur.
5. a. Soit $\theta \in]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}[$, on pose $z = e^{i\theta}$: Montrer que $z - i = 2\cos\left(\frac{\theta}{2}+\frac{\pi}{4}\right)e^{i\left(\frac{\theta}{2}-\frac{\pi}{4}\right)}$.
   b. En déduire la forme exponentielle de $z'+1$ et déterminer θ pour que $|z'+1| = 2\sqrt{2}$.