Exemples d'étude de fonctions

Exercice n°1 :

Soit f la fonction définie sur IR par $f(x)=x^3-3x^2$.

On désigne par C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) Etudier les variations de f. Préciser les extremums de f.
2) Montrer que f est impaire. Que peut-on dire de la courbe C_f
3) Etudier les branches infinies de C_f.
4) Soit I le point de C_f d'abscisse 1.
   a. Donner l'équation de la tangente T à la courbe C_f en A.
   b. Vérifier que C_f traverse sa tangente T en A.
5) Tracer T et C_f.
6) Etudier le signe de la dérivée seconde ($(f')'=f''$) de f sur IR.
   Que remarquez-vous ?
7) Représenter la fonction $g:x\mapsto f(|x|)$

Exercice n°2 :

Soit f la fonction définie sur IR par $f(x)=\frac{1}{2}x^4-x^2-2$.

On désigne par C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) a. Vérifier que f est paire. Que peut-on dire de la courbe C_f
   b. Etudier les variations de f. Donner ses extremums.
2) a. Montrer que C_f admet deux points d'inflexions qu'on déterminera.
   b. Déterminer les tangentes à C_f en ses points d'inflexions.
3) Etudier les branches infinies de C_f.
4) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de C_f avec les axes du repère.
5) Tracer C_f.

Exercice n°3 :

Soit f la fonction définie sur IR \ {1} par $f(x)=\frac{x+2}{x-1}$.

On désigne par C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) Calculer les limites de f aux bornes de D_f.
   Interpréter graphiquement les résultats obtenus.
2) Etudier les variations de f.
3) Montrer que le point $I(1,1)$ est un centre de symétrie de C_f.
4) Ecrire l'équation de C_f dans le repère $(I,\vec{i},\vec{j})$. Retrouver le centre de symétrie de C_f
5) Tracer la courbe C_f.
6) Représenter la fonction $g:x\mapsto f(-|x|)$

Exercice n°4 :

Soit f la fonction définie sur IR \ {2} par $f(x)=\frac{x^2-3x+3}{x-2}$.

On désigne par C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) Etudier les variations de f. Préciser ses extremums éventuels.
2) a. Vérifier que pour tout $x\in IR\setminus\{2\}$, $f(x)=x-1+\frac{1}{x-2}$
   b. Montrer que la courbe C_f admet deux asymptotes dont on précisera les équations.
3) a. Montrer que le point d'intersection I des deux asymptotes est un centre de symétrie de C_f.
   b. Tracer C_f.
4) Soit g la fonction définie par $g(x)=\frac{x^2-3x+3}{|x-2|}$
   En utilisant la courbe C_f, tracer la courbe C_g de g dans le même repère.

Exercice n°5 :

Soit f la fonction définie sur IR \ {2} par $f(x)=\frac{x^2-2x-3}{x-2}$.

On désigne par C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) Etudier les variations de f. Vérifier qu'elle n'a pas d'extremums.
2) a. Ecrire f(x) sous la forme $ax+b+\frac{c}{x-2}$ pour tout $x\in IR\setminus\{2\}$,
   b. Montrer que la courbe C_f admet deux asymptotes dont une est oblique.
3) a. Montrer que le point d'intersection I des deux asymptotes est un centre de symétrie de C_f.
   b. Tracer C_f.
4) Soit g la fonction définie par $g(x)=\left(\frac{x+1}{x-2}\right)|x-3|$
   En utilisant la courbe C_f, tracer la courbe C_g de g dans le même repère.