Exercice n°1 :

Soit la fonction f définie sur $IR\setminus\{1\}$ par : $f(x)=\dfrac{x^2}{x-1}$

On désigne par $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1/ a/ Calculer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$

b/ Calculer la limite de f à droite et à gauche en 1. Interpréter les résultats obtenus.

2/ Dresser le tableau de variation de f.

3/ a/ Vérifier que pour tout $x\in IR\setminus\{1\}$ on a : $f(x)=x+1+\dfrac{1}{x-1}$.

b/ En déduire que la droite Δ d'équation $y=x+1$ est une asymptote à $\mathscr{C}$ en $+\infty$ et en $-\infty$.

c/ Etudier la position de $\mathscr{C}$ par rapport à Δ

4/ Montrer que le point A intersection des asymptotes est un centre de symétrie de $\mathscr{C}$.

5/ Tracer $\mathscr{C}$ et ses asymptotes.

6/ Soit la fonction g définie sur IR par : $g(x)=\dfrac{x|x|}{|x|+1}$

a/ Montrer que la fonction g est impaire.

c/ Construire, à partir de la courbe $\mathscr{C}$ de f, la courbe $\mathscr{C}'$ de g.

Exercice n°2 :

Soit f la fonction définie sur $IR\setminus\{2\}$ par $f(x)=\dfrac{x^2-x-6}{x-2}$.

On désigne par C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1/ On se propose de déterminer les réels a, b et c tels que $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x-2}$, $x\neq 2$

a/ Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$ et en déduire la valeur de a.

b/ Déterminer la valeur de c.

c/ Calculer $f(0)$ et en déduire la valeur de b.

2/ Etudier les variations de f.

3/ a/ Montrer que la courbe C_f admet une asymptote D en $+\infty$ et $-\infty$ d'équation $y=x+1$.

b/ Etudier la position de C_f par rapport à D.

4/Tracer C_f et ses asymptotes.

5/ Soit g la fonction définie par $g(x)=(x+2)\left|\dfrac{x-3}{x-2}\right|$

En utilisant la courbe C_f , tracer la courbe C_g de g dans le même repère.

Exercice n°3 :

Soit f la fonction définie par : $f(x)=\dfrac{-4x+8}{x^2-4x+5}$

On désigne par C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1/ Etudier f.

2/ Soit I le point de d'abscisse 2.

a/ Montrer que I est un centre de symétrie de C_f

b/ Déterminer une équation de la tangente T à C_f en I. Etudier la position relative de T et C_f

3/ Tracer C_f et T.

4/ Représenter la fonction $g:x\mapsto f(-|x|)$

Exercice n°4 :

Soit f la fonction définie par $f(x)=\dfrac{2x^2+1}{x^2+2x}$

On désigne par C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1/ a/ Déterminer D_f le domaine de définition de f.

b/ Calculer les limites de f aux bornes de D_f et en déduire l'existence d'éventuelles asymptotes horizontales et verticales.

2/ a/ Dresser le tableau de variation de f.

c/ Tracer C_f.

d/ Déterminer graphiquement suivant les valeurs de m le nombre de solutions de l'équation $(m-2)x^2+2mx-1=0$

3/ Soit g la fonction définie par $g(x)=f(|x|)$

a/ Déterminer D_g le domaine de définition de g puis montrer que g est paire.

b/ En utilisant C_f , tracer la courbe C_g. Dresser le tableau de variation de g.

Exercice n°5 :

Soit la fonction f définie par $f(x)=\sqrt{-2x+5}$

On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1/ a/ Déterminer l'ensemble de définition D_f de f.

b/ Etudier la dérivabilité de f à gauche en $\frac{5}{2}$. Interpréter géométriquement le résultat obtenu.

c/ Etudier les variations de f.

d/ Etudier la branche infinie de (C).

e/ Tracer la courbe (C).

2/ Soit le point $A(2,0)$ et M le point de (C) d'abscisse x. $(x\in D_f)$. On pose $g(x)=AM$.

a/ Exprimer $g(x)$ en fonction de x.

b/ Montrer que (C) et (D) la représentation graphique de g se rencontrent en un seul point B qu'on déterminera. Montrer que (D) est tangente à (C) en B.

Exercice n°6 :

Soit f la fonction définie par $f(x)=\sqrt{x^2+2x}$

On désigne par C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1/ Déterminer le domaine de définition de f.

2/ Etudier la dérivabilité de f en -2 et en 0. Interpréter graphiquement les résultats obtenus.

3/ Dresser le tableau de variation de f.

4/ Montrer que la droite D d'équation $x=-1$ est un axe de symétrie de C_f.

5/ a/ Montrer que la droite $\Delta: y=x+1$ est asymptote à C_f en $+\infty$.

b/ Préciser la position de C_f par rapport à Δ.

6/ Prouver que C_f admet une autre asymptote Δ' dont-on déterminera son équation.

7/ Tracer C_f.

8/ Soit g la fonction définie sur IR par $g(x)=\sqrt{x^2+2|x|}$

En utilisant la courbe C_f de tracer la courbe C_g de g dans le même repère.

Exercice n°7 :

Soit la fonction f définie par : $f(x)=\sqrt{x^2+x+1}$ et $g=-f$

On désigne par C et C' leurs courbes représentatives dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1/ Déterminer le domaine de définition de f.

2/ a/ Déterminer la forme canonique de x^2+x+1

b/ Montrer que la droite $\Delta_1: y=x+\frac{1}{2}$ est asymptote à C au voisinage de $+\infty$.

c/ Préciser la position relative de la courbe C par rapport à Δ_1

d/ Montrer que la droite $\Delta: x=-\frac{1}{2}$ est un axe de symétrie pour C.

3/ Etudier f et tracer C et C'.