Exercice n°1 :

Soit f est la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ par $f(x) = x^2 + \frac{1}{x}$

- 1/ Déterminer la fonction dérivée de f .
- 2/ Déterminer une équation de la tangente à C_f la courbe de f au point d'abscisse 2.
- 3/ La droite d'équation $y = x + 1$ est-elle tangente à la courbe C_f ? Si oui en quel point ?

Exercice n°2 :

Soit f la fonction définie sur $[0, +\infty[$ par $f(x) = x^2 \sqrt{x}$

- 1/ Etudier la dérivabilité de f en 0.
- 2/ Déterminer $f'(x)$
- 3/ a/ Vérifier que $f'(4) = 20$
b/ En déduire une approximation affine de $f(4+h)$ pour h proche de 0.
Donner une valeur approchée de $f(4,01)$.

Exercice n°3 :

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2 - x + 1 & \text{si } x \in]-\infty, 0[\\ x + 1 + \sqrt{x} & \text{si } x \in [0, +\infty[\end{cases}$

On désigne par (C_f) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

- 1/ Montrer que f est continue en 0.
- 2/ Etudier la dérivabilité de f en 0. Interpréter graphiquement les résultats obtenus.
- 3/ Préciser les intervalles de $\mathbb{R}$ sur lesquels f est dérivables et déterminer sa fonction dérivée.

Exercice n°4 :

Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer l'ensemble de définition et dresser son tableau de variation.

$$1/ f(x) = \frac{2}{3}x^3 - 2x^2 - 6x \quad 2/ g(x) = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 1} \quad 3/ h(x) = \frac{\sqrt{x}}{x + 1} \quad 4/ k(x) = 2x + 1 - \frac{3}{x + 1}$$

Exercice n°5 :

1/ Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 2x + 4$

Etudier les variations de f .

2/ Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par : $g(x) = \frac{x^2}{x - 1}$

Etudier les variations de g . Préciser la nature des extrema.

3/ Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = \begin{cases} f(x) & \text{si } x \leq 2 \\ g(x) & \text{si } x > 2 \end{cases}$

a/ Etudier la dérivabilité de h en 2.

b/ Dresser le tableau de variation de h puis déduire que pour tout $x \in \mathbb{R}$; $h(x) \geq 3$

Exercice n°6 :

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{x}{x^2 - x + 1}$

1/ a/ Dresser le tableau de variation de f .

b/ En déduire que pour tout réel x on a : $-\frac{1}{3} \leq f(x) \leq 1$.

2/ En remarquant que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $\frac{n+1}{n} = 1 + \frac{1}{n}$ montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $f(\frac{n+1}{n}) < f(\frac{n+2}{n+1})$