Exercice n°1 :

1/ Soit la fonction g définie sur IR par $g(x)=e^{x}-x$

a/ Dresser le tableau de variation de la fonction g.

b/ En déduire que $g(x)$ est strictement positif pour tout réels x.

2/ Soit f la fonction définie sur IR par $f(x)=(x+1)(1+e^{-x})$

On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$

a/ Montrer que pour tout réel x on a : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{e^{x}}$

b/ Dresser le tableau de variation de f

c/ Montrer que la droite Δ : y = x + 1 est une asymptote à la courbe (C) au voisinage de $+\infty$

d/ Construire (C) et Δ

Exercice n°2 :

Soit f la fonction définie sur IR par $f(x)=\dfrac{2e^{2x}}{1+e^{2x}}$

On désigne par $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1/ Dresser le tableau de variations de f.

2/ Montrer que le point $I(0,1)$ est un centre de symétrie de $\mathscr{C}$.

3/ a/ Donner une équation de la tangente T à $\mathscr{C}$ au point I.

b/ Etudier les variations de la fonction g : $x \longmapsto f(x) - x - 1$.

c/ En déduire la position relative de $\mathscr{C}$ et T.

d/ Tracer T et $\mathscr{C}$

4/ a/ Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J qu'on déterminera.

b/ Tracer $\mathscr{C}'$ la courbe de f^{-1} sur le même repère.

c/ Expliciter $f^{-1}(x)$ pour tout $x \in J$.

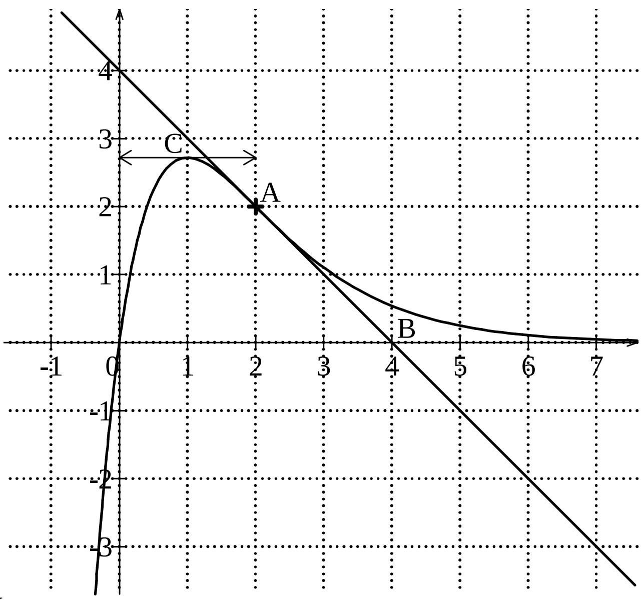
Exercice n°3 :

On a représenté ci-dessous, dans un repère orthonormé, la courbe représentative $\mathscr{C}$ d'une fonction g définie et dérivable sur IR.

La courbe $\mathscr{C}$ passe par les points $O(0,0)$ et $A(2,2)$.

La droite (AB) est la tangente en A à la courbe $\mathscr{C}$.

La tangente à $\mathscr{C}$ au point C d'abscisse 1 est parallèle à l'axe des abscisses.



1/ Déterminer graphiquement les valeurs de $g(0)$, $g(2)$, $g'(1)$, $g'(2)$.

2/ On suppose que la fonction g est de la forme $g(x)=(x+a)\,e^{bx+c}$, où a, b et c sont des réels.

a/ Montrer que $a=0$ et que $c=-2b$.

b/ Déterminer $g'(x)$ en fonction de b et de x.

c/ Calculer alors les valeurs de b et de c.

3/ Montrer que la fonction G définie par $G(x)=-(x+1)\,e^{2-x}$ est une primitive de g sur IR.