Fonctions Rationnelles

Exercice n°1 :

Soit la fonction $f : x \mapsto \dfrac{2x+4}{x-2}$

On désigne par $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1/ Etudier la fonction f et tracer ($\mathscr{C}$).
2/ Montrer que le point I le point d'intersection des deux asymptotes de ($\mathscr{C}$) est un centre de symétrie de ($\mathscr{C}$).
3/ Soit la fonction $g : x \mapsto f(|x|)$
a/ Déterminer le domaine de définition de g.
b/ Montrer que g est paire.
c/ Tracer à partir de ($\mathscr{C}$) la courbe ($\mathscr{C}$') de la fonction g.
d/ En déduire le tableau de variation de g.
4/ Discuter suivant le réel m le nombre des solutions de l'équation $2|x|+4 = m|x|-2m$

Exercice n°2 :

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \dfrac{4x^2+4x+2}{2x+1}$

On désigne par $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1°) Dresser le tableau de variation de f.

2°) a) Montrer qu'il existe trois réels a, b et c tels que $\forall x \in D_f$, $f(x) = ax+b+\dfrac{c}{2x+1}$

b) En déduire que la droite Δ d'équation $y = 2x+1$ est une asymptote à $\mathscr{C}$

c) Etudier la position relative de $\mathscr{C}$ et Δ

3°) Montrer que le point $I(-\frac{1}{2},0)$ est un centre de symétrie de $\mathscr{C}$.

4°) Construire la courbe $\mathscr{C}$ et ses asymptotes.

Exercice n°3 :

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \dfrac{-x^2+2x}{2(x-1)}$

On désigne par $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

http://ymaths.e-monsite.com/

1/ a/ Vérifier que $\forall x \in D_f$, $f(x) = -\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}+\dfrac{1}{2(x-1)}$

b/ En déduire que la droite Δ d'équation $y = -\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$ est une asymptote à $\mathscr{C}$

2/ Dresser le tableau de variation de f.
3/ Construire la courbe $\mathscr{C}$ et ses asymptotes.
4/ Soit Δ_k dont une équation est : $y = x+k$; où k est un réel.
a/ Montrer que, pour tout réel k, la droite Δ_k coupe $\mathscr{C}$ en deux points distincts M' et M''
b/ Soit $I(1,0)$. Déterminer k pour que IM'M'' soit un triangle rectangle en I.

Exercice n°4 :

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \dfrac{2x^2+1}{x^2+2x}$

On désigne par c_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1/ a/ Déterminer D_f le domaine de définition de f.
b/ Calculer les limites de f aux bornes de D_f et en déduire l'existence d'éventuelles asymptotes horizontales et verticales.
2/ a/ Dresser le tableau de variation de f.
b/ Tracer c_f.
c/ Déterminer graphiquement suivant les valeurs de m le nombre de solutions de l'équation $(m-2)x^2+2mx-1=0$
3/ Soit D_m la droite d'équation $y = m$.
Lorsque D_m coupe c_f en deux points M' et M'', on désigne par $I = M' * M''$
a/ Déterminer les coordonnées de I en fonction de m.
b/ En déduire l'ensemble des points I quand m varie. Construire cet ensemble.

Exercice n°5 :

Soit f la fonction définie sur par : $f(x) = \dfrac{2x-3}{x^2-3x+2}$

On désigne par $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1/ Déterminer D_f le domaine de définition de f.
2/ Etudier f et préciser les asymptotes de la courbe $\mathscr{C}$.
3/ a/ Soit $\Omega(\frac{3}{2},0)$. Montrer que Ω est un centre de symétrie de la courbe $\mathscr{C}$
b/ Construire la courbe $\mathscr{C}$.

http://ymaths.e-monsite.com/