

Exercice n°1 :

Soit f la fonction définie sur $[-1, +\infty[$ par $f(x) = x^2 + 2x - 4$

<http://ymaths.e-monsite.com/>

- 1/ Montrer que f réalise une bijection de l'intervalle $[-1, +\infty[$ sur un intervalle J que l'on déterminera.
- 2/ Expliciter $f^{-1}(x)$ pour tout $x \in J$.
- 3/ a/ Tracer les courbes $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ respectives de f et f^{-1} sur un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
b/ Justifier graphiquement que f^{-1} n'est pas dérivable à droite en -5 .

Exercice n° 2 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x + 2 - \sqrt{1+x^2}$

- 1/ Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$: $\sqrt{1+x^2} - x > 0$
- 2/ Etudier les variations de f .
- 3/ a/ Montrer que f réalise une bijection de $\mathbb{R}$ sur un intervalle J que l'on déterminera.
b/ Justifier que l'équation $f(x) = x$ admet une unique solution α dans $\mathbb{R}$.

Exercice n°3 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}_+$ par $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2}$

- 1/ a/ Dresser le tableau de variation de f .
b/ Montrer que f réalise une bijection de $\mathbb{R}_+$ sur un intervalle J qu'on déterminera.
c/ Expliciter $f^{-1}(x)$ pour tout $x \in J$
- 2/ Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^3 + x^2 + 2x - 1$.
a/ Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α dans $\mathbb{R}$ et que $0 < \alpha < 1$.
b/ En déduire le signe de $g(x)$ sur $\mathbb{R}$.
c/ Vérifier que $f(\alpha) = -\alpha$.

<http://ymaths.e-monsite.com/>

Exercice n°4 :

Soit f la fonction définie sur $[0, \pi]$ par $f(x) = 2 \cos x + 1$

- 1/ Dresser le tableau de variation de f sur $[0, \pi]$.
- 2/ Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur $[-1, 3]$.
- 3/ a/ f^{-1} est-elle dérivable à droite en -1 ? à gauche en 3 ?
b/ Montrer que f^{-1} est dérivable sur $] -1, 3[$ et que pour tout $x \in] -1, 3[$:

$$(f^{-1})'(x) = \frac{-1}{\sqrt{-x^2 + 2x + 3}}$$

Exercice n°5 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} - 1$

- 1/ a/ Montrer que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et que $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}^3}$
b/ Dresser le tableau de variations de f .
- 2/ a/ Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur $] -2, 0[$.
b/ Montrer que f^{-1} est dérivable en -1 et calculer $(f^{-1})'(-1)$.
c/ Donner une équation de la tangente T à la courbe de f^{-1} au point d'abscisse -1 .

<http://ymaths.e-monsite.com/>