Exercice n°1 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ par

$$f(x)=\frac{2x^2+2x+2}{x-1}.$$

On note $(\mathscr{C}_f)$ la courbe de f.

1. Calculer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$.
2. Déterminer les limites de f à gauche et à droite en 1. Interpréter graphiquement le résultat.
3. a. Calculer pour tout x de $\mathbb{R}\setminus\{1\}$,
   $f(x)-(x+3)$
   b. En déduire que la courbe $(\mathscr{C}_f)$ de f admet en $+\infty$ et en $-\infty$ une droite asymptote Δ dont on précisera une équation.
   Etudier la position de $(\mathscr{C}_f)$ par rapport à Δ

Exercice n°2 :

Soit f la fonction définie par $f(x)=\dfrac{3-x^2}{1-x^2}$. On note $(\mathscr{C}_f)$ la courbe de f.

Montrer que $(\mathscr{C}_f)$ de la fonction f admet une asymptote horizontale et deux asymptotes verticales.

Exercice n°3 :

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}\setminus\{\frac{3}{2}\}$ par

$$g(x)=\frac{4x^2-8x+1}{2x-3}$$

On note $(\mathscr{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé du plan.

1. Déterminer les réels a, b et c tels que pour tout x de $\mathbb{R}\setminus\{\frac{3}{2}\}$, $g(x)=ax+b+\dfrac{c}{2x-3}$
2. Montrer que la droite $\Delta: y=2x-1$ est asymptote oblique à $(\mathscr{C})$ en $+\infty$.

Exercice n°4 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ par :

$f(x)=\dfrac{|x|+1}{x-1}$ On désigne par C_f sa courbe dans un repère du plan.

Déterminer la nature et le nombre d'asymptotes à la courbe C_f de f.

Exercice n°5 :

Soit f la fonction définie par :

$f(x)=-x+\sqrt{x^2-4}$; On désigne par C_f sa courbe dans un repère du plan.

1. Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.
2. a. Montrer que pour tout $x\in[2,+\infty[$,
   $$f(x)=\frac{-4}{\sqrt{x^2-4}+x}$$
   b. En déduire $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
   Interpréter le résultat graphiquement.
3. Montrer que la droite $\Delta: y=-2x$ est asymptote à C_f .

Exercice n°6 :

La fonction f est définie par :

$f(x)=\sqrt{x^2+6x+8}$

Soit C_f sa courbe représentative dans un repère du plan.

1. a. Donner le domaine de définition de f.
   b. Calculer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$.
2. Déterminer alors $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(f(x)+(x+3)\right)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-(x+3)\right)$
   En déduire que la courbe C_f admet deux asymptotes obliques au voisinage de $+\infty$ et $-\infty$
3. a. Montrer que pour tout réel x :
   $x^2+6x+8<(x+3)^2$
   b. En déduire la position de C_f par rapport à ses asymptotes.

Exercice n°7 :

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par :

$$f(x)=\frac{\sqrt{9+x^2}-(x-3)}{x}$$

On désigne par C_f sa courbe représentative dans un repère du plan.

1. Montrer que pour tout $x\in]0,+\infty[$ on a :
   $\sqrt{x^2+9}+(x-3)>0$ et
   $$f(x)=\frac{6}{\sqrt{x^2+9}+(x-3)}$$
2. Calculer $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
   Interpréter ces résultats graphiquement.
3. Montrer que pour tout $x\in]-\infty,0[$,
   $$f(x)=-\sqrt{1+\frac{9}{x^2}}+\frac{3}{x}-1$$
   En déduire $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$. Interpréter.